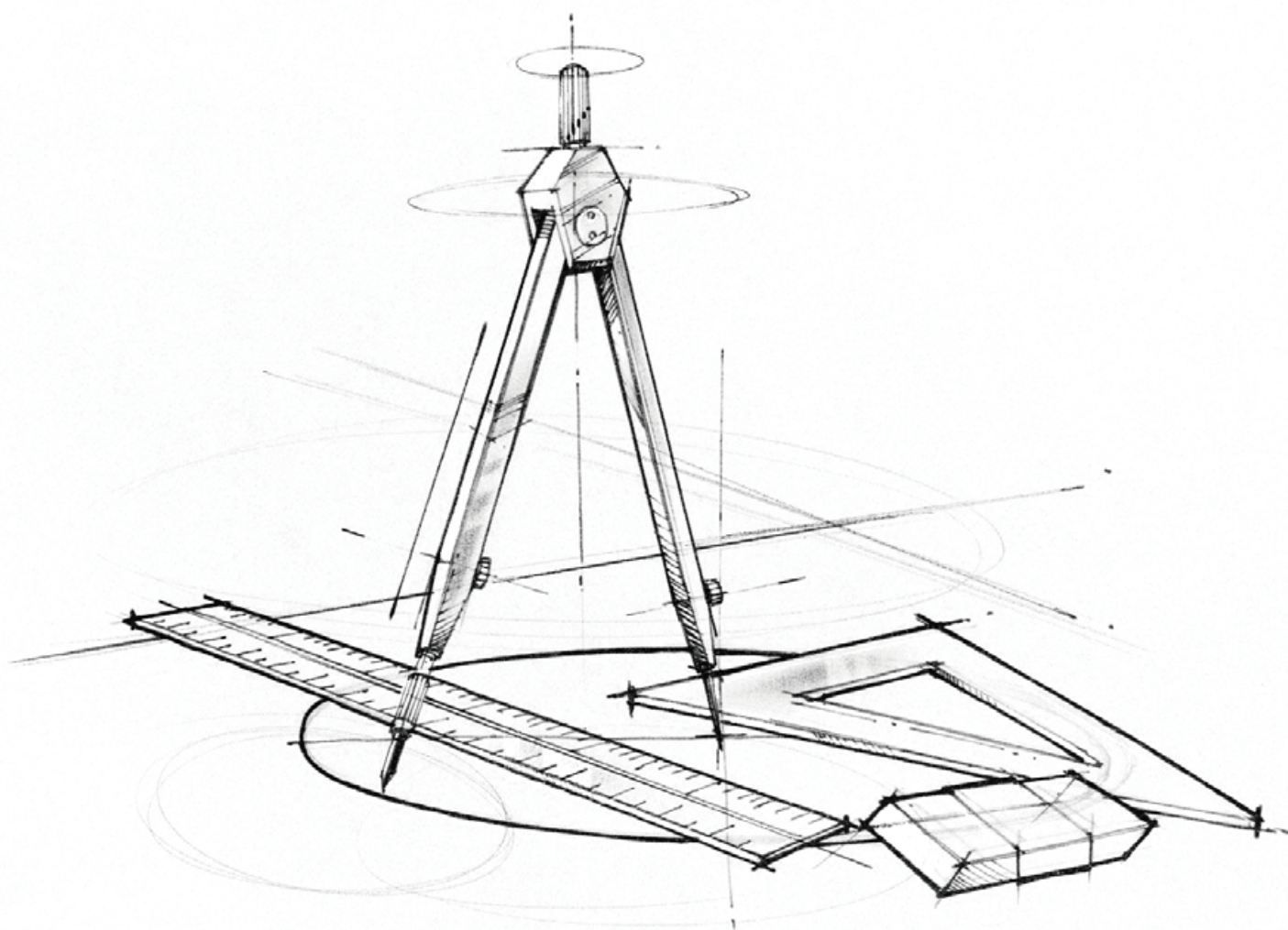


数学思维训练习题集

五年级



武汉学而思创新产品部

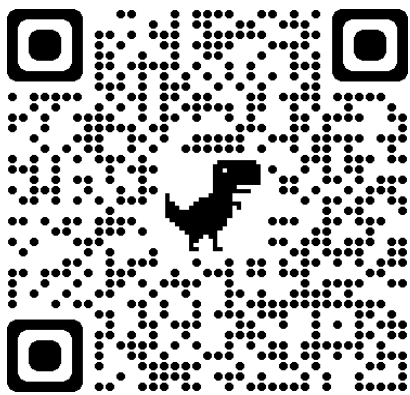
编者的话

数学花园探秘和华数之星一直是国内质量最高的两个比赛，题目新颖，难度大，为了帮助大家更好的备战数学花园探秘，把近六年的初赛和决赛真题做了一个汇总，并且附上了详细答案，特别说明：2020 年迎春杯未举办初赛，只举办了决赛和大师赛，故没有 2020 年的初赛试卷，决赛是五六年级一起考。

时间仓促，暂时只更新了数学花园探秘，后续会更新华数之星。另外答案和排版难免有疏漏之处，后续可能会持续更新修订，更多模拟题和杯赛真题可以扫以下二维码，更新也会在这里同步。

邱福星

2020 年 12 月 15 日



本册编者：邱福星

封面设计：邱福星

目录

2016 迎春杯五年级初赛	01
2017 迎春杯五年级初赛	04
2018 迎春杯五年级初赛	07
2019 迎春杯五年级初赛	10
2021 迎春杯五年级初赛	13
2016 迎春杯高年级决赛	15
2017 迎春杯高年级决赛	18
2018 迎春杯高年级决赛	21
2019 迎春杯高年级决赛	24
2020 迎春杯高年级决赛	27

2016 迎春杯五年级初赛

一、填空题 I（每小题 8 分，共 32 分）

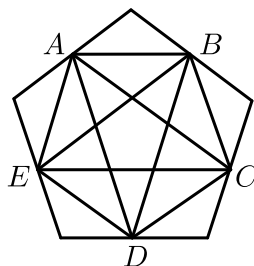
- 算式 $(19 \times 19 - 12 \times 12) \div \left(\frac{19}{12} - \frac{12}{19}\right)$ 的计算结果是 _____。
- 有一种细胞，每隔 1 小时死亡 2 个细胞，余下的每个细胞分裂成 2 个，如果经过 8 小时后细胞的个数为 1284，那么，最开始的时候有 _____ 个细胞。
- 如图，一道乘法竖式中已经填出了 2、0、1、6，那么乘积是 _____。

$$\begin{array}{r}
 \square \square \square \\
 \times \quad \square 2 \\
 \hline
 \square 0 \square \square \\
 \square \square \square \\
 \hline
 \square 1 \square 6
 \end{array}$$

- 有一数列，第一项为 12，第二项为 19，从第三项起，如果它的前两项和是奇数，那么该项就等于前两项的和，如果它的前两项和是偶数，该项就等于前两项的差（较大数减较小数）。那么，这列数中 _____ 项第一次超过 2016。

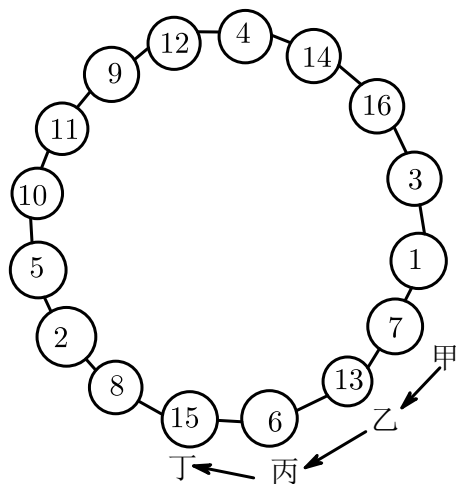
二、填空题 II（每小题 10 分，共 40 分）

- 四位数 双成成双 的所有因数中，有 3 个是质数，其它 39 个不是质数，那么，四位数 成双双成 有 _____ 个因数。
- 右图中，A、B、C、D、E 是正五边形各边的中点，那么，图中共有 _____ 个梯形。



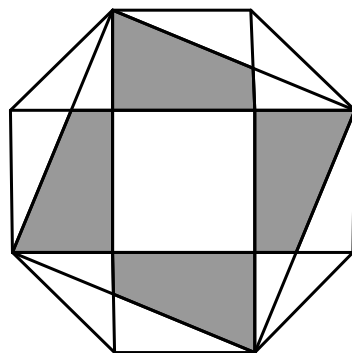
- 对于自然数 N ，如果在 1~9 这九个自然数中至少有六个数可以整除 N ，则称 N 是一个“六合数”，则在大于 2000 的自然数中，最小的“六合数”是 _____。

8. 如图，魔术师在一个转盘上的 16 个位置写下来了 1~16 共 16 个数，四名观众甲、乙、丙、丁参与魔术师表演，魔术师闭上眼，然后甲从转盘中选一个数，乙、丙、丁按照顺时针方向依次选取下一个数，图示是一种可能的选取方式，魔术师睁开眼，说：“选到偶数的观众请举手，”这时候，只有甲和丁举手。这时候魔术师就大喝一声：“我知道你们选的数了！”，你认为甲和丁选的数的乘积是 _____。



三、填空题 III（每小题 12 分，共 48 分）

9. 正八边形边长是 16，那么阴影部分的面积是 _____。



10. 某城市早 7:00 到 8:00 是高峰时段，所有车辆的行驶速度变为原来的一半，每天早上 6:50，甲、乙两人从这城市的 A、B 两地同时出发，相向而行，在距离 A 地 24 千米的地方相遇。如果乙早出发 20 分钟，两人将在距离 A 地 20 千米的地方相遇；如果甲晚出发 20 分钟，两人恰好在 AB 中点相遇。那么，AB 两地相距 _____ 千米。

11. 在空格里填入数字 1~5, 使得每行和每列数字不重复, 每个除法从上向下或者从左到右运算都能够整除, 那么第二行的前三个数字依次组成的三位数是 _____.

1			÷
			4
÷		5	÷
	1	÷	
	÷		5

12. 你认为本试卷中一道最佳试题是第 _____ 题 (答题范围为 1~11);
 你认为本试卷整体的难度级别是 _____ (最简单为“1”, 最难为“9”, 答题范围为 1~9);
 你认为本试卷中一道最难试题是第 _____ 题 (答题范围为 1~11).

2017 迎春杯五年级初赛

一、填空题 I（每小题 8 分，共 32 分）

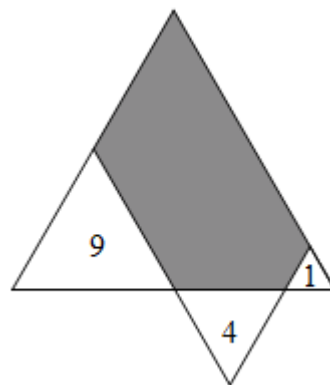
1. 算式 $\frac{1}{7} \times \left[\frac{1}{8} \times \left(\frac{2016 + 12 - 3}{9} + 7 \right) + 6 \right]$ 的计算结果 _____ .

2. 如图，一道乘法竖式中已经填出了 2, 0, 1, 7, 那么乘积是 _____ .

$$\begin{array}{r}
 \square \square \square \\
 \times \quad \square 7 \\
 \hline
 \square 1 \square \\
 \square 0 \square \\
 \hline
 2 \square \square \square
 \end{array}$$

3. 侠客岛的人，原来有 $\frac{1}{3}$ 是卧底，现在卧底中有 $\frac{1}{3}$ 被驱离出岛，如果没有其他人入岛，岛上现在还有 2016 人，那么其中有 _____ 人是卧底.

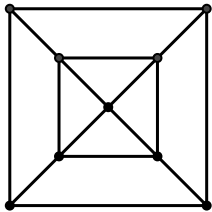
4. 如图，图中所有的三角形都是等边三角形，其中三个等边三角形面积分别是 1 平方厘米、4 平方厘米、9 平方厘米，那么阴影部分的面积为 _____ 平方厘米.



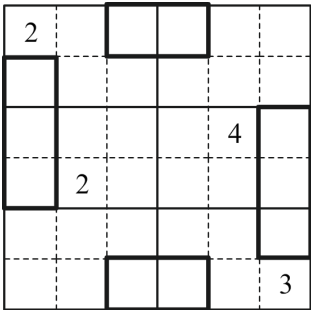
二、填空题 II（每小题 10 分，共 40 分）

5. 定义： $a \otimes b$ 表示 a 除以 b 的余数，那么算式 $(2016 \otimes 1203) \otimes [(2017 \otimes 101) \otimes 121] \otimes 128$ 的计算结果是 _____ .

6. 如图，一只青蛙从中心点出发，沿图中线段，跳到相邻的端点，跳了 5 步以后回到中心点（过程中可以经过中心点），那么共有 _____ 种不同的跳法。

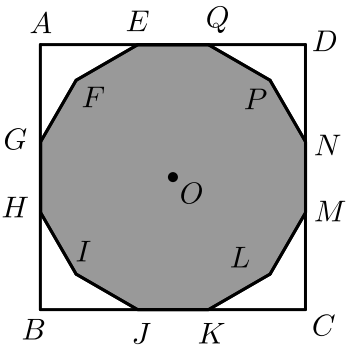


7. 从 2016 的因数中选出不同的若干个写成一圈，要求相邻位置的两个因数互质，那么最多可以写出 _____ 个因数。
8. 在空格里填入数字 1 ~ 6，使每行，每列和每个 2×3 的宫内数字不能重复，每个的粗线框里从上到下或从左到右是一个完全平方数，那么第二行前五个数从左到右组成的五位数是 _____。



三、填空题 III（每小题 12 分，共 48 分）

9. 老师让菲菲从 1 ~ 9 这 9 个数字中选取 4 个不同的数字，组成一个四位数，使得这个四位数能被所有她没有选中的数整除，但不能被选中的任意一个数字整除，那么，菲菲组成的四位数是 _____。
10. 如图所示， $EFGHIJKLMNPQ$ 是正方形 $ABCD$ 内部最大的正十二边形，正方形与正十二边形的边长差为 6，那么正十二边形的面积是 _____。

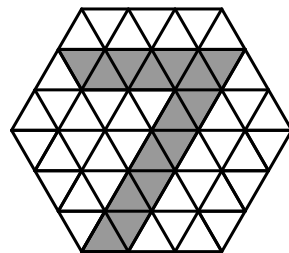


11. 甲、乙从 A 地同时出发去 B 地，与此同时，丙从 B 地同时出发匀速向 A 地行走，在 AB 之间有一处 C 地， AC 段甲的速度会变成他正常速度的 2 倍，而 BC 段乙的速度会变成正常速度的 2 倍。当甲、丙在 BC 段第一次相遇时，乙刚好走到 C 地；甲、丙相遇后，丙立即调头，这样，当乙在距 B 地 360 米处追上丙时，甲刚好走到 B 地，甲到达 B 处立即返回，再次和丙相遇时，乙恰好到达 B 地，那么， AB 两地的距离是 _____ 米。
12. 你认为本试卷中一道最佳试题是第 _____ 题（答题范围为 1 ~ 11）；
你认为本试卷整体的难度级别是 _____ （最简单为 “1”，最难为 “9”，答题范围为 1 ~ 9）；
你认为本试卷中一道最难试题是第 _____ 题（答题范围为 1 ~ 11）。

2018 迎春杯五年级初赛

一、填空题 I（每小题 8 分，共 32 分）

1. 算式 $\frac{2018+12}{2018-2} \times 12^2$ 的计算结果是 _____ .
2. 右图是由 54 个大小相同的单位正三角形拼合而成，其中一些正三角形已经被涂上阴影，如果希望将图形变成轴对称图形，那么，最少需要再给 _____ 个单位正三角形涂上阴影.

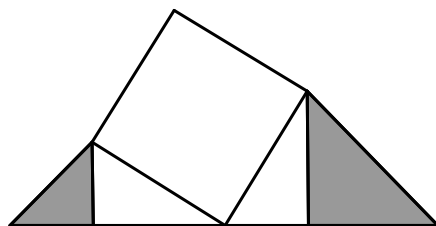


3. 小胖把这个月的工资都用来买了一支股票，第 1 天该股票价格上涨 $\frac{1}{10}$ ，第 2 天下跌 $\frac{1}{11}$ ，第 3 天上涨 $\frac{1}{12}$ ，第 4 天下跌 $\frac{1}{13}$ ，此时他的股票价值刚好 5000 元. 那么小胖这个月的工资是 _____ 元.
4. 在下列横式中，相同的汉字代表相同的数字，不同的汉字代表不同的数字，且没有汉字代表 7，“迎”、“春”、“杯” 均不等于 1，那么“迎”、“春”、“杯” 所代表三个数字的和是 _____ .

$$\overline{\text{学数学}} \times 7 \times \text{迎} \times \text{春} \times \text{杯} = \overline{\text{加油加油}} \times \text{吧}$$

二、填空题 II（每小题 10 分，共 40 分）

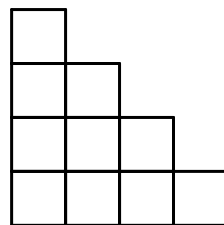
5. 在一条水平直线上放了一个正方形和两个等腰直角三角形. 如果斜着放置的正方形面积为 6 平方厘米，那么，阴影部分的面积和是 _____ 平方厘米.



6. 孙悟空得到如意金箍棒后，小猴们都很羡慕，于是孙悟空去傲来国借兵器分给他们。已知孙悟空共借到多件兵器共 600 斤，并且每件兵器都不超过 30 斤。小猴们要把兵器带回去，但每只小猴最多只能拿 50 斤。为了保证把借到的所有兵器全部带回去，最少需要 _____ 只小猴。
(孙悟空不拿兵器)
7. 某班 40 名学生全都面向前方，从前向后站成一列，按照 1、2、3、4、1、2、3、4、... 的顺序循环报数，每人报一次数，报到 3 的同学向后转。之后，如果相邻两个学生面对面，他们就会握一次手，然后同时向后转，一直到不再有学生面对面。那么，整个过程中，全班同学一共握手了 _____ 次。
8. 某场考试共有 7 道题，每道题问的问题都只与这 7 道题的答案有关，且答案只能是 1、2、3、4 中的一个。已知题目如下：
- ①有几道题的答案是 4？
 - ②有几道题的答案不是 2 也不是 3？
 - ③第⑤题和第⑥题的答案的平均数是多少？
 - ④第①题和第②题的答案的差是多少？
 - ⑤第①题和第⑦题的答案的和是多少？
 - ⑥第几题是第一个答案为 2 的？
 - ⑦有几种答案只是一道题的答案？
- 那么，7 道题的答案的总和是 _____。

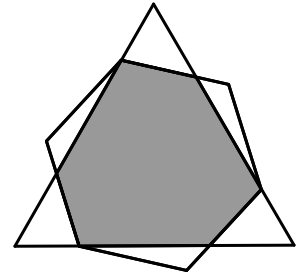
三、填空题 III（每小题 12 分，共 48 分）

9. 将 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9 这十个数字不重复的填入右侧方格中，横向、竖向相邻的两个方格从左到右、从上到下依次可以组成一个两位数（0 不能作为首位），那么，这两位数中，最多有 _____ 个质数。



10. 河流上有 A、B 两个码头，其中 A 码头在上游，B 码头在下游。现有甲、乙两艘船，静水中甲船速度是乙船的两倍；甲、乙同时分别从 A、B 两个码头出发，相向而行；甲船在出发的时候将一箱可漂浮于水面上的货物遗留在了河面上，20 分钟后两船相遇，此时甲船又将一箱同样的货物遗留在了河面上。一段时间后，甲发现自己少了货物调头回去寻找，当甲找到第二箱货物的同时，乙也恰好遇到了甲遗留的第一箱货物。那么，甲从出发开始过了 _____ 分钟才发现自己的货物丢失。（调头时间不计）

11. 右图由一个正三角形和一个正六边形组成. 如果正三角形的面积为 960, 正六边形的面积是 840, 那么阴影部分的面积是 _____ .



12. 你认为本试卷中一道最佳试题是第 _____ 题 (答题范围为 1 ~ 11) ;
 你认为本试卷整体的难度级别是 _____ (最简单为 “1”, 最难为 “9”, 答题范围为 1 ~ 9) ;
 你认为本试卷中一道最难试题是第 _____ 题 (答题范围为 1 ~ 11) .

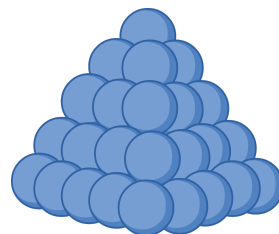
2019 迎春杯五年级初赛

一、填空题 I（每小题 8 分，共 32 分）

1. $2019^{1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + 2019 \times 2020}$ 的个位数字是 _____ .
2. 一台手机没有电了，如果关机充电，3 小时可以充满电；如果边使用边充电，4 小时可以充满电。假设充电和耗电的速度保持不变，这台手机充满电后不再充电，一直使用到没电，可以连续使用 _____ 小时。
3. 在题图乘法竖式的每个方框中填入一个数字，使得乘法竖式成立，那么竖式的乘积是 _____ .

$$\begin{array}{r}
 \square \square \square \\
 \times \quad 9 \square \square \\
 \hline
 1 \square \square \\
 \square 0 \square \\
 \square \square 2 \\
 \hline
 \square \square \square \square \square
 \end{array}$$

4. 南宋时期杰出的数学家杨辉对中国传统的“垛积术”进行了很好的发展，在其著作《详解九章算法》中对自然数幂问题用数形结合的方式加以分析。
 如图所示，由 1, 3, 6, 10, 15 个小球堆成的三角锥称为 5 层的三角垛，六个这样的三角垛可以切拼合并成长，宽、高分别为 5, 5 + 1, 5 + 2 的长方体球阵。
 那么一个 10 层的三角垛共由 _____ 个小球堆成。

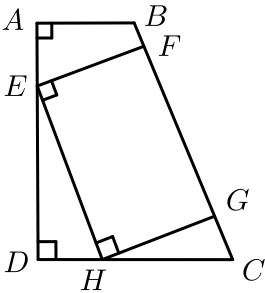


二、填空题 II（每小题 10 分，共 40 分）

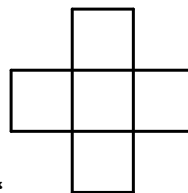
5. 今天是 2018 年 12 月 8 日，蕴含着两个有趣的数 2018 和 1208，这两个数都使用了 0，1，2，8 这四个数字．由这四个数字组成的数字不重复的四位数中，除了上述两个数外，还有 _____ 个．
6. 在空格内填入数字 1~6，使得每行、每列、每宫数字不重复，粗线标注的两个 2×2 正方形区域里分别为一组连续的自然数．那么左数第 2 列从上到下前 5 个数字依次组成的五位数是 _____ ．

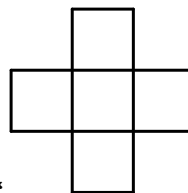
		2		
		1		3
				1
4				
5		3		
		5		

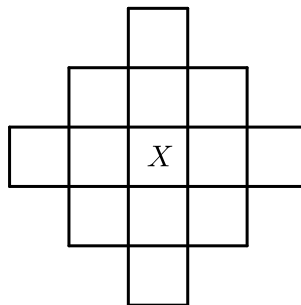
7. 在一次飞行演习任务中，由于机械故障，油箱开始持续匀速漏油．经测算，若保持 400 千米 / 时的速度飞行 8 小时，油箱中的油恰好耗尽；若保持 600 千米 / 时的速度飞 6 小时，油箱中的油也恰好耗尽（飞机飞行每千米消耗的油量相同）．若飞机需要在油箱里的油耗尽前飞到距离为 4000 千米处的机场进行维修，则至少需要保持平均 _____ 千米 / 时的速度飞行．
8. 如图中包含两个直角梯形 $ABCD$ 和 $EFGH$ ，并且两个梯形的上底与下底之和都等于梯形的高，如果 $AE = 3$ ， $ED = 6$ ， $BF = CG$ ，那么两个梯形面积之差为 _____ ．



三、填空题 III（每小题 12 分，共 48 分）



9. 将 1 至 13 分别填入如图的方格中（不允许重复），每个 “” 中填入的 5 个数之和均为 42，那么正中心方框 X 处填的数是 _____。



10. 有一个三位合数 A ， A 有质数个因数。老师把组成 A 的三个数字以及 A 的因数个数分别写在 4 张卡片上，随机发给 4 个聪明且诚实的同学甲、乙、丙、丁，4 人只能看到自己拿到的数。老师问：有人知道 A 是多少吗？甲、乙同时说：我知道。那么三位数 A 是 _____。
11. A, B 两地相距 40 千米，上午 9 点甲从 A 地出发前往 B 地开会，过了一会儿乙从 A 地、丙从 B 地同时出发相向而行，分别赶往对方的城市开会，上午 10 点甲丙相遇，与此同时乙恰好抵达 B 地，但此时乙发现自己有一个文件在丙的手上，便立刻回身追丙，拿到文件后再立刻返回到 B 地，结果三人同时抵达目的地。已知三人途中速度均未发生改变，那么乙的速度为每小时 _____ 千米。
12. 你认为本试卷中一道最佳试题是第 _____ 题（答题范围为 1 ~ 11）；
你认为本试卷整体的难度级别是 _____（最简单为 “1”，最难为 “9”，答题范围为 1 ~ 9）；
你认为本试卷中一道最难试题是第 _____ 题（答题范围为 1 ~ 11）。

2021 迎春杯五年级初赛

一、填空题 I（每小题 8 分，共 32 分）

- 算式 $(420 + 2.1 \times 2.1) \div 0.21$ 的计算结果是 _____。
- 如图，一道乘法竖式中已经填出了 2、0、2、1，那么算式的乘积是 _____。

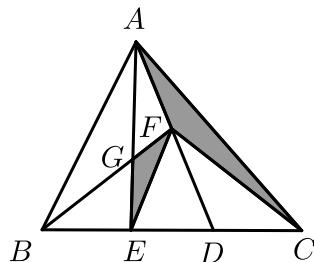
$$\begin{array}{r}
 \square \quad \square \quad \square \\
 \times \quad \square \quad \square \\
 \hline
 \square \quad \square \quad 2 \quad 1 \\
 2 \quad 0 \quad \square \\
 \hline
 \square \quad \square \quad \square \quad \square
 \end{array}$$

- 花花用签字笔给园园写信。当第 3 根笔芯用完时，她正在写第 4 封信；当她写完第 5 封信时，第 4 根笔芯还未用完；如果花花写每封信用掉的笔芯一样多，那么花花写完 16 封信，至少需要准备 _____ 根笔芯。
- 用 1、2、3、4、5、6 组成没有重复数字的六位数，任意截取其中相邻两位可以得到 5 个不同的两位数，那么这 5 个两位数的和最大是 _____。

二、填空题 II（每小题 10 分，共 40 分）

- 自然数 A 的所有因数中能被 2 整除的有 4 个，能被 3 整除的有 3 个，那么 A 的值为 _____。
- 有 4 种颜色的糖果，其中红色 2 颗，黄色 2 颗，蓝色 2 颗，白色 4 颗；如果把这些糖果分给 5 位小朋友，要求每人分到两颗颜色不同的糖果，那么共有 _____ 种不同分法。

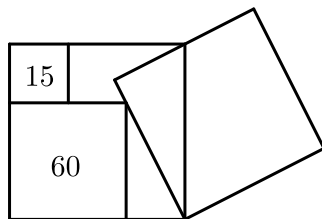
7. 如图, 在三角形 ABC 中, $BE = ED = DC$, 连接 AD 、 AE . 在 AD 上取一点 F , 连接 CF 、 BF , 如果三角形 ACF 和三角形 EFG 的面积分别是 28 和 12, 那么三角形 ABC 的面积是 _____.



8. 老师把斐波那契数列中的七个数: 1、2、3、5、8、13、21 写在了七张卡片上, 然后从中挑出三张卡片分别贴到了甲、乙、丙的头上, 每人能看到其他人的数, 却无法看到自己的数. 甲、乙、丙都是非常聪明且诚实的人. 三人有如下对话:
 甲: “我们三个人的数中, 一定没有两个数的和等于第三个数.”
 乙: “听了甲的话, 我知道自己的数了.”
 丙: “我也知道自己的数了, 而且你们两个人头上的数加起来也没我大.”
 那么, 甲、乙、丙头上的三张卡片上的数之和是 _____

三、填空题 III (每小题 12 分, 共 48 分)

9. 如果一个数从左边读和从右边读是一模一样的, 就称这个数为回文数 (如: 121, 2002). 那么能被 99 整除的九位回文数共有 _____ 个.
10. 四个正方形如图摆放, 如果较小的两个正方形面积分别为 15 和 60, 那么较大的两个正方形面积差为 _____.



11. 甲、乙两人同时从 A 港出发开船逆流匀速行驶. 当两船相距 72 千米时, 甲船扔下了一个浮于水面的箱子并调头返回. 当乙遇到箱子时, 甲恰好回到了 A 港. 那么甲扔箱子的位置距离 A 港 _____ 千米.
12. 你认为本试卷中一道最佳试题是第 _____ 题 (答题范围为 1 ~ 11);
 你认为本试卷整体的难度级别是 _____ (最简单为 “1”, 最难为 “9”, 答题范围为 1 ~ 9);
 你认为本试卷中一道最难试题是第 _____ 题 (答题范围为 1 ~ 11).

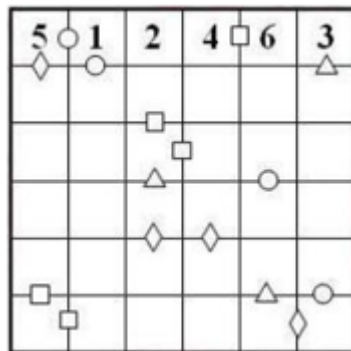
2016 迎春杯高年级决赛

一、填空题 I（每小题 8 分，共 40 分）

1. 下面算式的计算结果是

$$\frac{\frac{1}{1 + \frac{1}{2016}} + \frac{2}{2 + \frac{2}{2016}} + \frac{3}{3 + \frac{3}{2016}} + \cdots + \frac{2015}{2015 + \frac{2015}{2016}}}{\frac{2015 \times 2016}{1 + \frac{1}{2016} + \frac{2}{2 + \frac{2}{2016}} + \frac{3}{3 + \frac{3}{2016}} + \cdots + \frac{2015}{2015 + \frac{2015}{2016}}}} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

2. 销售一件商品，利润率为 25%，如果想把利润率提高到 40%，那么售价应该提高 _____ %.
3. 小明发现年份 2016 是一个非常好的数，它既是 6 的倍数，又是 8 的倍数，还是 9 的倍数. 那么下一个既是 6 的倍数，又是 8 的倍数，还是 9 的倍数的年份是 _____ .
4. 在电影《大圣归来》中，有一幕孙悟空大战山妖. 有部分山妖被打倒，打倒的比站着的多三分之一；过了一会儿再有 2 个山妖被打倒，但是又站起来了 10 个山妖，此时站着的比打倒的多四分之一. 那么现在站着的山妖有 _____ 个.
5. 在空格内填入数字 1~6，使得每行和每列的数字都不重复，图中相同符号所占的两格数字组成相同，数字顺序不确定. 那么最后一行前五个数字按从左到右的顺序组成的五位数是 _____ .

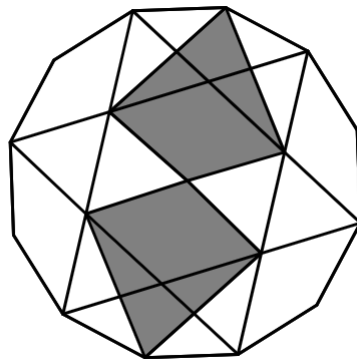


二、填空题 II（每小题 10 分，共 50 分）

6. 请将 0~9 分别填入下面算式的方框中，每个数字恰用一次；现已将“1”、“3”、“0”填入；若等式成立，那么等式中唯一的四位被减数是 _____ .

$$\boxed{}\boxed{1}\boxed{}\boxed{} - \boxed{3}\boxed{}\boxed{}\boxed{} \times \boxed{0}.\boxed{}\boxed{} = 2016$$

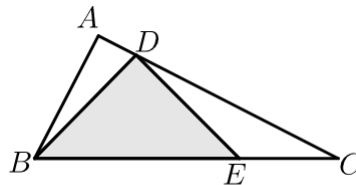
7. 2016 名同学排成一排，从左至右依次按照 $1, 2, \dots, n$ 报数 ($n \geq 2$) . 若第 2016 名同学所报的数恰是 n ，则给这轮中所有报 n 的同学发放一件新年礼物，那么无论 n 取何值，有 _____ 名同学将不可能得到新年礼物.
8. 如图，正十二边形的面积是 2016 平方厘米，那么图中阴影部分的面积是 _____ 平方厘米.



9. 四位数 $\overline{\text{好事成双}}$ 除以两位数 $\overline{\text{成双}}$ 的余数恰好为 $\overline{\text{好事}}$ ；如果不同的汉字表示不同的数字且 $\overline{\text{好事}}$ 和 $\overline{\text{成双}}$ 不互质，那么四位数 $\overline{\text{好事成双}}$ 最大是 _____ .
10. 老师用 0 至 9 这十个数字组成了五个两位数，每个数字恰用一次；然后将这五个两位数分别给了 A、B、C、D、E 这五名聪明且诚实的同学，每名同学只能看见自己的两位数，并依次发生如下对话：
- A 说：“我的数最小，而且是个质数.”
- B 说：“我的数是一个完全平方数.”
- C 说：“我的数第二小，恰有 6 个因数.”
- D 说：“我的数不是最大的，我已经知道 A、B、C 三人手中的其中两个数是多少了.”
- E 说：“我的数是某人的数的 3 倍.”
- 那么这五个两位数之和是 _____ .

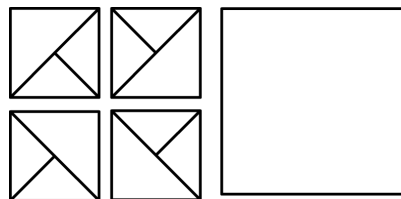
三、填空题 III（每小题 12 分，共 60 分）

11. 如图：直角三角形 ABC 中， AB 的长度是 12 厘米， AC 的长度是 24 厘米， D 、 E 分别在 AC 、 BC 上，那么等腰直角三角形 BDE 的面积是 _____ 平方厘米.



12. 已知 $S = \frac{1}{9} + \frac{1}{99} + \frac{1}{999} + \dots + \frac{1}{\underbrace{99\dots9}_{10000\text{个}9}}$ ，所以 S 的小数点后第 2016 位是 _____ .

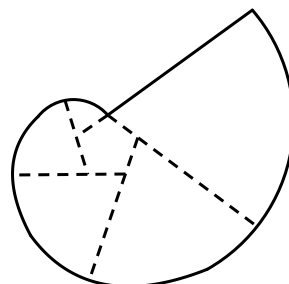
13. A 、 B 两地间每隔 5 分钟有一辆班车发出，匀速对开，且所有班车的速度都相同；甲、乙两人同时从 A 、 B 两地出发，相向匀速而行；甲、乙出发后 5 分钟，两地同时开出第一辆班车；甲、乙相遇时，甲被 A 地开出的第 9 辆班车追上，乙也恰被 B 地开出的第 6 辆班车追上；乙到 A 地时，恰被 B 地开出的第 8 辆班车追上，而此时甲离 B 地还有 21 千米，那么乙的速度是每小时 _____ 千米。
14. 将一个固定好的正方形分割成 3 个等腰三角形，有如图的 4 种不同方式；如果将一个固定好的正方形分割成 4 个等腰三角形，那么共有 _____ 种不同方式。



2017 迎春杯高年级决赛

一、填空题 I（每小题 8 分，共 40 分）

- 算式 $\left(63 - \frac{1}{63}\right) \div \left(1 - \frac{1}{63}\right)$ 的计算结果是 _____ .
- 一个边长为 100 厘米的正五边形和五个扇形拼成如图的“海螺”，那么这个图形的周长是 _____ 厘米 (π 取 3.14) .



- 在 2016 年里约奥运会女排决赛中，中国队战胜了塞尔维亚队获得冠军。统计 4 局比赛中中国队的得分，发现前 2 局的得分之和比后 2 局的得分之和少 12%，前 3 局的得分之和比后 3 局的得分之和少 8%。已知中国队在第 2 局和第 3 局中各得了 25 分，那么中国队在这 4 局中的得分总和为 _____ .

- 右面两个算式中，相同汉字代表相同数字，不同汉字代表不同数字，那么四位数“李白杜甫” = _____ .

$$\begin{array}{r} \overline{\text{李白}} + \overline{\text{杜甫}} = \overline{\text{背诗诗}} \\ \overline{\text{李白}} - \overline{\text{杜甫}} = \overline{\text{诗}} \end{array}$$

- n 个数排成一列，其中任意连续三个数之和都小于 30，任意连续四个数之和都大于 40，则 n 的最大值为 _____ .

二、填空题 II（每小题 10 分，共 50 分）

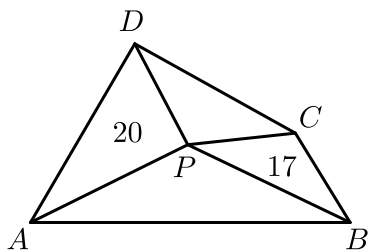
- 算式 $\frac{\frac{2017}{2^2-1} + \frac{2017}{4^2-1} + \frac{2017}{6^2-1} + \dots + \frac{2017}{2014^2-1} + \frac{2017}{2016^2-1}}{\frac{2016}{1} - \frac{2016}{2} - \frac{2016}{4} - \frac{2016}{8} - \frac{2016}{16} - \frac{2016}{32} - \frac{2016}{64}}$ 的计算结果是 _____ .

- 有一个四位数，它和 6 的积是一个完全立方数，它和 6 的商是一个完全平方数，那么这个四位数是 _____ .

8. 在空格里填入数字 1~6, 使得每行、每列和每个 2×3 的宫 (粗线框) 内数字不重复. 若虚线框 A, B, C, D, E, F 中各自数字和依次分别为 a, b, c, d, e, f , 且 $a = b, c = d, e > f$. 那么第四行的前五个数字从左到右依次组成的五位数是 _____.

		2			3
		6	1		
		3	2		
2			3		

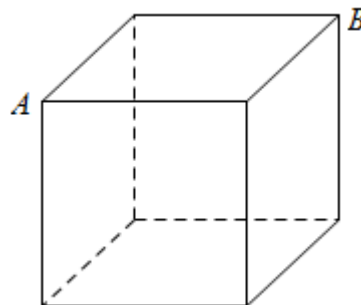
9. 抢红包是微信群里一种有趣的活动, 发红包的人可以发总计一定金额的几个红包, 群里相应数量的成员可以抢到这些红包, 并且金额是随机分配的.
 一天陈老师发了总计 50 元的 5 个红包, 被孙、成、饶、赵、乔五个老师抢到.
 陈老师发现抢到红包的 5 个人抢到的金额都不一样, 都是整数元的, 而且还恰好都是偶数.
 孙老师说: “我抢到的金额是 10 的倍数.”
 成老师说: “我和赵老师抢到的加起来等于孙老师的一半.”
 饶老师说: “乔老师抢到的比除了孙老师以外其他所有老师抢到的总和还多.”
 赵老师说: “其他所有老师抢到的金额都是我的倍数.”
 乔老师说: “饶老师抢到的是我抢到的 3 倍.”
 已知这些老师里只有一个老师没说实话, 那么这个没说实话的老师抢到了 _____ 元的红包.
10. 如图, P 是四边形 $ABCD$ 内部的点, $AB : BC : DA = 3 : 1 : 2$, $\angle DAB = \angle CBA = 60^\circ$. 图中所有三角形的面积都是整数, 如果三角形 PAD 和三角形 PBC 的面积分别是 20 和 17, 那么四边形 $ABCD$ 的面积最大是 _____.



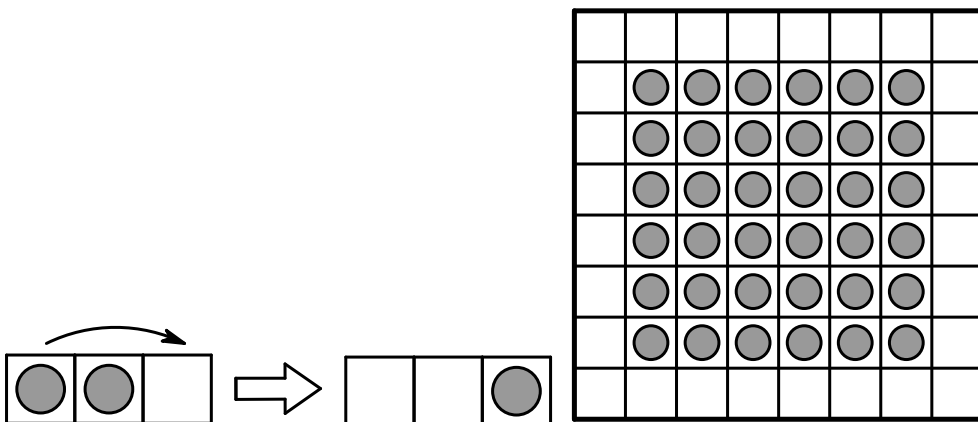
三、填空题 III (每小题 12 分, 共 60 分)

11. 有一列正整数, 其中第 1 个数是 1, 第 2 个数是 1、2 的最小公倍数, 第 3 个数是 1、2、3 的最小公倍数, …… , 第 n 个数是 1、2、……、 n 的最小公倍数, 那么这列数前 100 个数中共有 _____ 个不同的值.

12. 如图, 有一个固定好的正方体框架, A 、 B 两点各有一只电子跳蚤同时开始跳动. 已知电子跳蚤速度相同, 且每步只能沿棱跳到相邻的顶点, 两只电子跳蚤各跳了 3 步, 途中从未相遇的跳法共有 _____ 种.



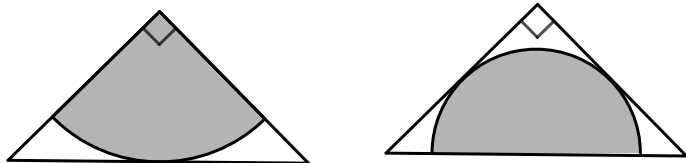
13. 甲以每分钟 60 米的速度从 A 地出发去 B 地, 与此同时乙从 B 地出发匀速去 A 地; 过了 9 分钟, 丙从 A 地出发骑车去 B 地, 在途中 C 地追上了甲; 甲、乙相遇时, 丙恰好到 B 地; 丙到 B 地后立即调头, 且速度下降为原来速度的一半; 当丙在 C 地追上乙时, 甲恰好到 B 地. 那么 AB 两地间路程为 _____ 米.
14. 在一个 8×8 的方格棋盘中有 36 枚棋子, 每个方格中至多放一枚棋子, 恰好使最外层所有方格中均没有棋子, 规定每一步操作可选择一枚棋子, 跳过位于邻格 (具有公共边的方格) 的棋子进入随后的空格中, 同时拿掉被跳过的棋子 (如下图所示); 若邻格中没有棋子, 则不能进行操作, 那么最后在棋盘上最少剩下 _____ 枚棋子.



2018 迎春杯高年级决赛

一、填空题 I (每小题 8 分, 共 32 分)

- 算式 $(20 + 18) \times \left(\frac{20}{18} + \frac{18}{20} \right) \div \left(\frac{20}{18} - \frac{18}{20} \right)$ 的计算结果是 _____.
- 王老师班上有一些学生, 如果男生的人数增加 30 人, 那么男生人数比女生人数多 50%; 如果女生减少 _____ 人, 那么女生人数比男生人数少 $\frac{1}{3}$.
- 老师在黑板上画了两个相同大小的等腰直角三角形; 小红在一个三角形内画了一个最大的四分之一圆, 小权在另一个三角形内画了一个最大的半圆 (如图所示). 已知小红画出的四分之一圆面积为 60, 那么小权画出的半圆面积为 _____. (π 取 3.14)



- 中国传说中有蓬莱、方丈两座仙岛, 两座仙岛上都生存着一些狐狸, 有一条尾巴的普通狐狸, 和九条尾巴的九尾狐, 每个月都会有新的狐狸出生. 某月, 蓬莱岛上 90 只狐狸, 共 250 条尾巴, 每月新生 2 只普通狐狸, 1 只九尾狐; 方丈岛上 110 只狐狸, 共 350 条尾巴, 每月新生 4 只普通狐狸, 1 只九尾狐; 假如无狐狸死亡, 则 _____ 个月后, 蓬莱岛上两种狐狸数量的比例与方丈岛上两种狐狸的数量比例相同.

二、填空题 II (每小题 10 分, 共 40 分)

- 懒羊羊生于羊历 3507 年 6 月 26 日, 他觉得每年只庆祝一次生日太少了, 于是决定制定一个新的生日规则: 从他出生之日算起到当天为止, 所经过的天数如果含有 “26”, 则这一天便是他的 “自定生日”, 例如第 526 天、3261 天、10261 天等都是他的 “自定生日”, 而第 236 天、623 天等都不是, 如果按照可以活 30000 天计算, 懒羊羊这一生可以过 _____ 个 “自定生日”.
- 一个五位数 $\overline{ABCDE}$ 由五个互不相同的非零数字组成, $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{CD}$ 、 $\overline{DE}$ 依次是 6、7、8、9 的倍数, 且 $\overline{ABCDE}$ 能被 6、7、8、9 中的两个整除, 那么 $\overline{ABCDE}$ 的值是 _____.
- 右图的等式中, 不同的字母表示不同的非零数字, 且 A 、 D 、 G 均不是偶数; 那么 $A \times (B + C) + D \times (E + F) + G \times (H + I)$ 的值是 _____.

$$\frac{A}{B \times C} + \frac{D}{E \times F} + \frac{G}{H \times I} = 1.6$$

8. 甲、乙、丙、丁四名同学各从乔老师那里拿到一个三位数，他们开始只知道自己拿到的三位数是多少，然后老师告诉了他们四人的三位数互不相同且这四个数的和是 2018，于是他们四人依次展开了下面的对话。

甲说：“我拿到的数的百位数字是 8，且因数个数一定是最多的。”

乙数：“虽然我不知道具体的数是多少，但丙和丁拿的数里一定有一个是质数。”

丙说：“那我知道我们四个拿到的数各是多少了。”

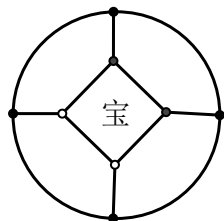
丁说：“那我也知道了。”

如果所有人聪明且诚实，那么四名同学拿到的数中最大的是 _____。

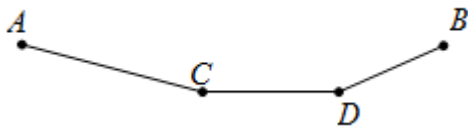
三、填空题 III（每小题 12 分，共 48 分）

9. 算式 $\underbrace{20182018 \cdots 2018}_{18 \text{ 个 } 2018} \times 151514141313 \cdots 0707$ 的计算结果中有 _____ 个奇数数字。

10. 将右图中的 8 个小圆点涂成红色或黄色，要求每个点都至少与一个红点相邻（由线段或弧线直接相连的两个点称为相邻），不同的涂法共有 _____ 种。



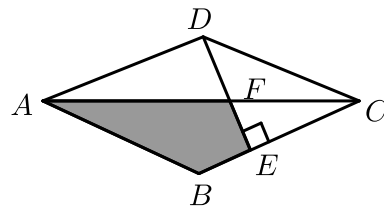
11. 如图，从 A 地到 B 地需要经过下坡 (AC)、平路 (CD)、上坡 (DB)，甲、乙两人同时从 A、B 出发，相向而行，甲到 C 点时，乙刚好在平路上行走了 240 米；当甲到达 B 地时，乙离 A 地还有 100 米。已知两人上坡的速度均为每分钟 40 米，下坡速度均为每分钟 60 米，平均速度也相同，甲上坡、下坡和平路所用的时间一样长，那么 AB 两地间的路程是 _____ 米。



12. 你认为本试卷填空题中最佳试题是第 _____ 题（答题范围为 1-11）；
 你认为本试卷整体的难度级别是 _____（最简单为“1”，最难为“9”，答题范围为 1~9）；
 你认为本试卷解答题中最佳试题是第 _____ 题（答题范围为 13-14）。

四、解答题（每小题 15 分，共 30 分）

13. 如图，菱形 $ABCD$ 的边长是 18，如果三角形 CDE 是等腰直角三角形，求四边形 $ABEF$ 的面积。



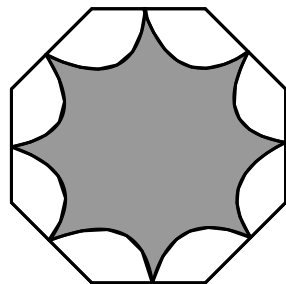
14. 桌上有一堆糖果共 13 颗，小明和小刚轮流取糖果，小明先取，每次取的糖果数不超过 3 颗，不能不取，取完为止，当糖果被取完时，取得糖果的总数为偶数的人获胜。问：谁有必胜策略？请说明理由。

2019 迎春杯高年级决赛

一、填空题 I (每小题 8 分, 共 32 分)

1. 算式 $\left(20 + \frac{1}{19 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}}\right) \times \left(1 + \frac{1}{6 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4}}}\right)$ 的计算结果是 _____ .

2. 老师将 100 颗糖果分给甲、乙、丙三位学生. 甲同学分得的糖果颗数与乙、丙分得的糖果颗数和的比是 6 : 25, 老师剩下的糖果比甲分得的糖果少 11 颗. 那么甲分得糖果 _____ 颗.
3. 图中的正八边形边长为 200, 以正八边形八个顶点为圆心裁掉 8 个半径为 100 的扇形, 那么剩余部分 (图中阴影所示) 的周长是 _____. (圆周率取 3.14)

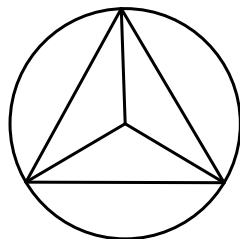


4. 一群小朋友围成一圈玩游戏. 小明先悄悄告诉他左边的人一个数, 其他人从右边听到一个数后, 告诉左边人的数是听到数的 2 倍或者 1.5 倍. 依次传下去, 最后又传回小明. 小明记得自己告诉左边人的数是 1, 结果最后传回来的数是 2592. 那么参加游戏的有 _____ 人.

二、填空题 II (每小题 10 分, 共 40 分)

5. 某校六年级数学、编程两个兴趣小组共 52 人去图书馆借阅图书. 其中, 数学兴趣小组的同学平均每人借了 4 本书, 编程兴趣小组的同学平均每人借了 3.5 本书, 既参加了数学兴趣小组又参加了编程兴趣小组的同学平均每人借了 6.2 本书. 已知 2 个兴趣小组总共向图书馆借了 182 本书, 那么既参加了数学兴趣小组又参加了编程兴趣小组的同学有 _____ 人.
6. 9 名编号为 1 ~ 9 的小矮人顺次站成一排, 其中有几名小矮人是地精假扮的, 其中编号为 3、6、9 的人声称身边的人全说真话, 而其余 6 个人都声称身边的人全说假话. 已知真正的小矮人一直说真话, 而地精一直说假话. 那么其中地精有 _____ 名.

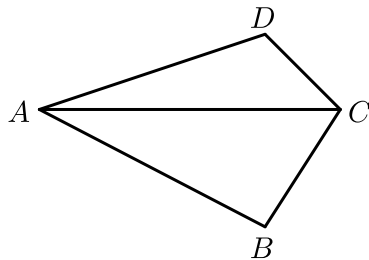
7. 如图, 某科技公司的标志是由 6 条线段和 3 条弧线组成, 这 9 条线上均布满了发光二极管. 为了庆祝新年的到来, 程序员小泽编制了一个单片机程序控制这些发光二极管, 此单片机程序可使得该标志每条线选择“红、橙、黄、绿、青、蓝、紫”这七种颜色中的一种进行闪烁, 并且使得有公共点的线闪烁出不同的颜色. 由于程序有缺陷, 所以闪烁时必有一种颜色不被选择. 那么该标志一共能呈现出 _____ 种不同的闪烁方案. (标志不能旋转和翻转)



8. 如果一个不小于 10 的自然数 A 的各位数字互不相同, 且任意去掉 A 的一个数字后得到的数都是 A 的约数, 则称 A 是“黄梅数”. 例如: 因为 24、20、40 都是 240 的约数, 所以 240 是“黄梅数”, 那么“黄梅数”一共有 _____ 个.

三、填空题 III (每小题 12 分, 共 48 分)

9. 算式 $\overline{AB} \times C \times D \times E + F \times G \times H \times I = 2019$ 中, 字母 $A \sim I$ 分别表示 9 个互不相同的非零数字, 已知字母 $C、D、E$ 代表的数字成等比数列, 而字母 $G、H、I$ 代表的数字成等差数列, 那么 $\overline{AB}$ 表示的两位数是 _____.
10. 如图, 四边形 $ABCD$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $\angle BAC = 30^\circ$, $\angle CDA = 120^\circ$, 且 $AD = BC + CD$, 三角形 ABC 面积为 30, 则三角形 CDA 的面积为 _____.



11. 除以 4、9、25 的余数之和为 17 的所有三位数之和除以 900 的余数是 _____.
12. 你认为本试卷填空题中最佳试题是第 _____ 题 (答题范围为 1~11);
你认为本试卷整体的难度级别是 _____ (最简单为“1”, 最难为“9”, 答题范围为 1~9);
你认为本试卷解答题中最佳试题是第 _____ 题 (答题范围为 13~14).

四、解答题 (每小题 15 分, 共 30 分)

13. $A、B$ 两地相距 200 千米. 某日, 甲、乙两人同时从 $A、B$ 两地出发, 匀速相向而行, 在 C 处相遇. 若甲速度提高 12 千米 / 时, 则两人在距 C 处 25 千米的地方相遇. 若乙速度提高 12 千米 / 时, 则两人在距 C 处 15 千米的地方相遇. 那么甲的速度为多少?

14. 某岛国共有 2019 位岛民，共持有 100 元钞票若干张，50 元和 20 元钞票的数量足够多。岛民之间只允许进行以下两种兑换：

(1) 1 张 100 元与 2 张 50 元互换；

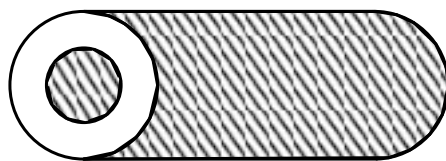
(2) 1 张 100 元与 5 张 20 元互换。

某日，每位岛民都声称自己当天共兑换出 10 张钞票。如果每人说的都是真话，那么岛上 100 元的钞票最少有多少张？

2020 迎春杯高年级决赛

一、填空题 I (每小题 8 分, 共 32 分)

1. 算式 $2^2 + 2 \times 34 + 34^2$ 的计算结果是 _____ .
2. 两个玩具厂合作完成一批玩具, 第一天, 甲厂完成了全部任务的 25%, 乙厂休息; 第二天乙厂完成了剩下任务的 $\frac{1}{3}$, 甲厂休息. 第三天两厂合力完成了剩下的任务, 且甲厂第三天完成玩具数量是乙厂第三天完成玩具数量的 3 倍. 结果甲厂总共比乙厂多做 300 件, 那么这批玩具共有 _____ 件.
3. 一个内外半径分别为 10 厘米和 20 厘米的圆环沿地面作无滑动的滚动半周, 形成了右图中的图形, 则图中阴影部分面积和为 _____ 平方厘米. (π 取 3.14)

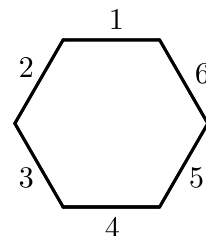


4. 如果 $[1, 2, 3, \dots, n]$ 表示 $1, 2, 3, \dots, n$ 的最小公倍数, 那么算式 $\frac{[1, 2]}{2!}, \frac{[1, 2, 3]}{3!}, \frac{[1, 2, 3, 4]}{4!}, \dots, \frac{[1, 2, \dots, 100]}{100!}$ 的计算结果中共有 _____ 个不同的值.

二、填空题 II (每小题 10 分, 共 40 分)

5. 实验室里有 A 种盐水 10 升, B 种盐水 30 升, C 种盐水若干升. 已知将 A、C 完全混合得到的盐水浓度和将 B、C 完全混合得到的盐水浓度相同. 如果 A 种盐水浓度 10%, B 种盐水浓度为 20%, C 种盐水浓度为 30%, 那么 C 种盐水有 _____ 升.

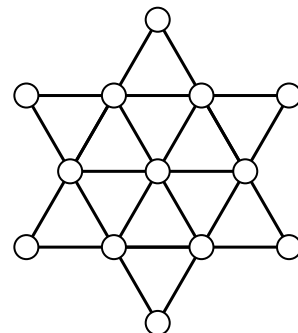
6. 如图, 编号为 1、2、3、4、5、6 的六人围坐在一张六边形桌边. 他们中有一部分是只说真话的老实人, 其余的都是只说假话的骗子. 他们进行了如下对话:
- 1 号说: “在我正对位和相邻位的三人中恰有 0 个老实人”;
- 2 号说: “在我正对位和相邻位的三人中恰有 1 个老实人”;
- 3 号说: “在我正对位和相邻位的三人中恰有 1 个老实人”;
- 4 号说: “在我正对位和相邻位的三人中恰有 2 个老实人”;
- 5 号说: “在我正对位和相邻位的三人中恰有 2 个老实人”;
- 6 号说: “在我正对位和相邻位的三人中恰有 3 个老实人”.
- 那么, 老实人的编号从小到大顺次组成的多位数是 _____.



7. 下面的算式中, 不同的字母代表不同的非零数字. 已知 $\overline{CD}$ 和 $\overline{EF}$ 代表的两位数都是完全平方数, 则 G 代表的数字是 _____.
- $$(\overline{AB} + \overline{CD}) \times \overline{EF} \times G \div (H + I) = 2020$$
8. 已知两个不同的两位自然数 a 、 b , a^2 的各位数字之和为 b , b^2 的各位数字之和为 a , 那么 $a + b$ 的值为 _____.

三、填空题 III (每小题 12 分, 共 48 分)

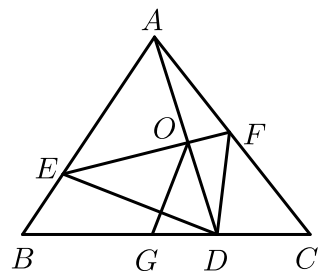
9. 甲从 A 出发匀速向 B 行走, 同时乙、丙从 B 出发匀速向 A 行走. 甲在途中 C 与乙相遇, 又行 80 米与丙相遇. 若丙先行 180 米, 甲、乙才出发, 且乙出发时就将速度提高 80%, 则当甲、丙在 C 相遇时, 恰好遇到到 A 后立即调头向 B 行走的乙. 那么 A 、 B 间的路程是 _____ 米.
10. 有一类奇数, 恰好等于它最小的四个约数和它的约数个数的乘积. 则所有这样的奇数的和为 _____.
11. 图中共有 20 个正三角形, 它们的边长分别为 1、2、3, 将图中的小圆点染成红色或蓝色, 如果图中每个连出的正三角形的三个顶点既不全红也不全蓝, 那么不同的染色方案有 _____ 种. (图形不可旋转或翻转)



12. 你认为本试卷填空题中最佳试题是第 _____ 题 (答题范围为 1~11) ;
 你认为本试卷整体的难度级别是 _____ (最简单为 “1”, 最难为 “9”, 答题范围为 1~9) ;
 你认为本试卷解答题中最佳试题是第 _____ 题 (答题范围为 13~14) .

四、解答题 (每小题 15 分, 共 30 分)

13. 在 $\triangle ABC$ 中, $GD = \frac{1}{6}BC$, $\triangle DEF$ 的面积是 $\triangle OGD$ 的 3 倍, 若 $\triangle BED$ 和 $\triangle DFC$ 的面积都为 60, 那么 $\triangle ABC$ 的面积是 _____ .



14. 将 7 枚硬币排成如下图的一行 (注意向上的面的顺序). 如果存在字面朝上的硬币, 那么可以从字面朝上的硬币中选择一枚, 将以这枚硬币为左起第一枚的连续若干枚硬币同时翻面 (也可以只翻这一枚), 这称为一次操作. 当所有硬币字面朝下时, 停止操作. 那么最多可以进行 _____ 次操作.



2016 迎春杯五年级初赛 参考答案

一、填空题 I（每小题 8 分，共 32 分）

1. 【答案】 228

【解析】 方法一：原式 $= (19^2 - 12^2) \div \left(\frac{19^2 - 12^2}{12 \times 19} \right) = (19^2 - 12^2) \times \frac{12 \times 19}{(19^2 - 12^2)} = 228.$

方法二：原式 $= (19 \times 19 - 12 \times 12) \times \left(\frac{12 \times 19}{19 \times 19 - 12 \times 12} \right) = 228.$

2. 【答案】 9

【解析】 第 7 小时后细胞的个数为 $1284 \div 2 + 2 = 644$ ，第 6 小时后细胞的个数为 $644 \div 2 + 2 = 324$ ，第 5 小时后细胞的个数为 $324 \div 2 + 2 = 164$ ，第 4 小时后细胞的个数为 $164 \div 2 + 2 = 84$ ，第 3 小时后细胞的个数为 $84 \div 2 + 2 = 44$ ，第 2 小时后细胞的个数为 $44 \div 2 + 2 = 24$ ，第 1 小时后细胞的个数为 $24 \div 2 + 2 = 14$ ，开始的个数为 $14 \div 2 + 2 = 9.$

3. 【答案】 6156

【解析】 方法一：长短数确定，乘数十位数字比个位数字小，则十位数字为 1. 由加法处乘积结果百位为 1 可得，第一个乘数的百位可能为 0 或 1，由个位分析 $\square \times 2 = 6$ ，可知第一个乘数的个位可能为 3 或 8，所以第一个乘数存在 4 种可能，503、508、513、518，一一检验发现只有 513 符合此乘法竖式.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{|c|c|c|} \hline 5 & 1 & 3 \\ \hline \end{array} \\
 \times \quad \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 0 & 2 & 6 \\ \hline \end{array} \\
 \begin{array}{|c|c|c|} \hline 5 & 1 & 3 \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 6 & 1 & 5 & 6 \\ \hline \end{array}
 \end{array}$$

方法二：解：依题意可知，

乘数中的三位数乘以 2 结果是一个四位数，那么百位数字是大于 4 的数字，再根据数字 0 得知结果是 1000 多，那么乘数中的百位数字是 5. 而且乘数的三位数的十位数字乘以 2 没有进位.

同时这三位数乘以一个数还是结果是三位数推理出乘数中 2 前面的数字是 1，即乘数的两位数是 12.

再根据结果中的尾数是 6，那么三位数的乘数的个位是 3.

再根据数字 1 得 $0 + 1 = 1$ ，那么这个三位数乘数是 513.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{|c|c|c|} \hline 5 & 1 & 3 \\ \hline \end{array} \\
 \times \quad \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 0 & 2 & 6 \\ \hline \end{array} \\
 \begin{array}{|c|c|c|} \hline 5 & 1 & 3 \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 6 & 1 & 5 & 6 \\ \hline \end{array}
 \end{array}$$

故答案为：6156.

4. 【答案】 252

【解析】 写出数列 12, 19, $12 + 19 = 31$, $31 - 19 = 12$, $31 + 12 = 43$, $12 + 43 = 55 \cdots \cdots$ 列表如下:

	第 $3n-2$ 项	第 $3n-1$ 项	第 $3n$ 项
	偶数	奇数	奇数
$n=1$	12	19	$12 + 19 = 31$
$n=2$	12	$19 + 24 = 43$	$31 + 24 = 55$
$n=3$	12	$19 + 24 \times 2 = 67$	$31 + 24 \times 2 = 79$
$n=4$	12	$19 + 24 \times 3 = 91$	$31 + 24 \times 3 = 103$
	12		
n	12	$19 + 24 \times (n-1)$	$31 + 24 \times (n-1)$

当 $19 + 24 \times (n-1) > 2016$ 时, $n > 84$, 则第 $3 \times 85 - 1 = 254$ 项,

当 $31 + 24 \times (n-1) > 2016$, $n > 83$, 则第 $3 \times 84 = 252$ 项.

二、填空题 II (每小题 10 分, 共 40 分)

5. 【答案】 12

【解析】 所有因数中, 有 3 个是质数, 则分解质因数可得 $\overline{\text{双成成双}} = a^A \times b^B \times c^C$,

因数个数为 $(A+1) \times (B+1) \times (C+1)$; 又其它 39 个不是质数, 则说明共有 $39 + 3 = 42$ 个因数,

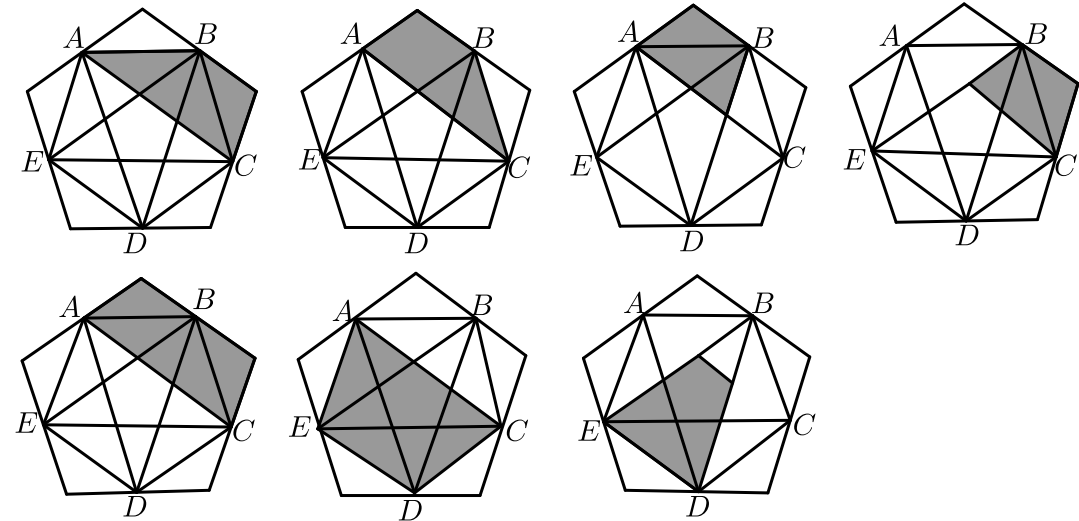
质因数个数逆用: $42 = 2 \times 3 \times 7$, $A = 1$, $B = 2$, $C = 6$, 其中 a 、 b 、 c 一定有一个是质因数 11, $a^1 \times b^2 \times c^6$, 若 $c = 11$, 则超过四位数, 若 $b = 11$, 最小时 $c = 2$, $a = 3$, 也超过四位数了,

则 $a = 11$, 最小 $c = 2$, $b = 3$, 等于 6336, 经检验其他都超过四位数. 求 3663 的因数个数, $3663 = 3^2 \times 11 \times 37$,

则有 $(2+1) \times (1+1) \times (1+1) = 12$ (个) 因数.

6. 【答案】 35

【解析】 从一个方向的平行线考虑, 共有 7 个, 五个方向则 $7 \times 5 = 35$ 个.



7. 【答案】 2016

【解析】 方法一： N 不为奇数，则 2、4、6、8 不是 N 的因数，所以 N 为偶数.

当 N 不为 3 的倍数，则 N 不为 6 的倍数， N 不为 9 的倍数，所以，必须满足其他条件，是 8、7、5 的倍数， $N > 2000$ ，最小是 2240.

当 N 为 3 的倍数. 那么 N 为 6 的倍数. $N > 2000$ ，当 $N = 2004$ 时，5 不能整除 2004，7 不能整除 2004，8 不能整除 2004，9 不能整除 2004，不满足题意；当 $N = 2010$ 时，4 不能整除 2010，7 不能整除 2010，8 不能整除 2010，9 不能整除 2010，不满足题意；则 N 最小为 2016.

方法二：大于 2000 的自然数被 1~9 的数除：

2001 只能被 1, 3 整除；2002 只能被 1, 2, 7 整除；2003 只能被 1 整除；

2004 只能被 1, 2, 3, 4, 6 整除；2005 只能被 1, 5 整除；2006 只能被 1, 2 整除；

2007 只能被 1, 3, 9 整除；2008 只能被 1, 2, 4, 8 整除；2009 只能被 1, 7 整除；

2010 只能被 1, 2, 3, 5, 6 整除；2011 只能被 1 整除；2012 只能被 1, 2, 4 整除；

2013 只能被 1, 3 整除；2014 只能被 1, 2 整除；2015 只能被 1, 5 整除；

2016 可以被 1, 2, 3, 4, 6, 7, 9 整除，是大于 2000 的最小“六合数”.

方法三：寻找大于 2000 的 5、6、7、8、9 的倍数，如下表所示：

5	6	7	8	9
2005	2004	2002	2008	2007
2010	2010	2009	2016	2016
2015	2016	2016		

如果一个数是 1 到 9 中 6 个数的倍数，至少是 5、6、7、8、9 中两个数的倍数，第一个满足条件的是 2010，但 $2010 = 2 \times 3 \times 5 \times 67$ 不满足条件；第二个数是 2016， $2016 = 2^5 \times 3^2 \times 7$ ，是 1、2、3、4、6、7、8、9 的倍数，满足条件，则最小的“六合数”是 2016.

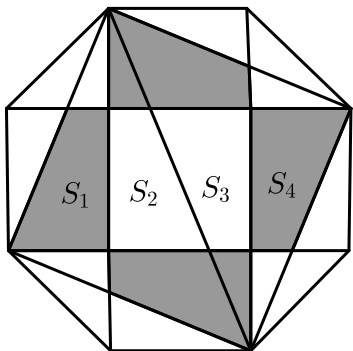
8. 【答案】 120

【解析】 甲丁是偶数，乙丙是奇数，连续四个数中有两个偶数，两个奇数，且顺序为只有偶、奇、奇、偶，转盘上只有 10、11、9、12 满足题意，则甲和丁选的数的乘积是 $10 \times 12 = 120$.

三、填空题 III（每小题 12 分，共 48 分）

9. 【答案】 512

【解析】 方法一：连接正方形对角线，如图阴影部分对应相等，所以阴影部分面积为两个小正方形面积 $16 \times 16 \times 2 = 512$.



方法二：如图，连接正八边形的对角线，可知其中 $S_3 = S_4$, $S_3 = S_4$, 所以图中左、右两个阴影部分的面积之和等于中间正方形的面积，也就是 $16 \times 16 = 256$. 同理，上、下两个阴影部分的面积之和也等于 256.

所以阴影部分的总面积是 $256 \times 2 = 512$.

故答案为：512.

10. 【答案】 42

【解析】 假设甲乙一直都按照原来速度的一半行驶，那么第一次两个人都是在 6:50 同时出发，第二次甲 7:10 出发，乙 6:50 出发，第三次甲 6:50 出发，乙 6:30 出发，那么得到下表：

	甲出发时间	甲走的路程	乙走的路程	乙出发时间
第一次	6:50	24	$S - 24$	6:50
第二次	7:10	$\frac{1}{2}S$	$\frac{1}{2}S$	6:50
第三次	6:50	20	$S - 20$	6:30

第一次和第三次，甲的路程比 $= 24 : 20 = 6 : 5$ ，时间比 $= 6 : 5$ ，如果同样的条件下乙的路程比 $= 6 : 5$ ，那么乙的第三次路程为 $(S - 24) \times \frac{5}{6} = \frac{5}{6}S - 20$ ，则 $\frac{1}{6}S$ 是乙 20 分钟的路程，则乙的速度为 $\frac{1}{6}S \div 20 = \frac{1}{120}S$ ，根据第二次可得，乙走 $\frac{1}{2}S$ 需要 $\frac{1}{2} \div \frac{1}{120} = 60$ （分钟），甲走 $\frac{1}{2}S$ 需要 $60 - 20 = 40$ （分钟），甲的速度是 $\frac{1}{2}S \div 40 = \frac{1}{80}S$ ，
 $v_{\text{甲}} : v_{\text{乙}} = \frac{1}{80} : \frac{1}{120} = 3 : 2$ ， $24 : (S - 24) = 3 : 2$ ，则全程 $S = 42$ 千米.

参考答案

11. 【答案】 531

【解析】 填法如下图，则第二行的前三个数字依次组成的三位数是 531.

1	5	4	2 ÷ 3
5	3	1	4 2
4 ÷ 2	5	3 ÷ 1	
2	1	3	5 4
3	4 ÷ 2	1	5

12. 【答案】 1 或 2 或 3 或 4 或 5 或 6 或 7 或 8 或 9 或 10 或 11; 1 或 2 或 3 或 4 或 5 或 6 或 7 或 8 或 9; 1 或 2 或 3 或 4 或 5 或 6 或 7 或 8 或 9 或 10 或 11

【解析】 略

2017 迎春杯五年级初赛 参考答案

一、填空题 I（每小题 8 分，共 32 分）

1. 【答案】 5

【解析】 原式 $= \frac{1}{7} \times \left[\frac{1}{8} \times \left(\frac{2016+9}{9} + 7 \right) + 6 \right]$
 $= \frac{1}{7} \times \left[\frac{1}{8} \times (224 + 1 + 7) + 6 \right]$
 $= \frac{1}{7} \times (28 + 1 + 6)$
 $= 5.$

2. 【答案】 2754

【解析】

$\begin{array}{r} \square \square \square \\ \times \quad \square 7 \\ \hline \square b 1 \square \\ \square a 0 c \\ \hline 2 \square \square \square \end{array}$	$\begin{array}{r} d e f \\ \times \quad g 7 \\ \hline b 1 \square \\ 2 0 c \\ \hline 2 \square \square \square \end{array}$	$\begin{array}{r} 1 0 f \\ \times \quad 2 7 \\ \hline b 1 h \\ 2 0 c \\ \hline 2 \square \square \square \end{array}$	$\begin{array}{r} 1 0 2 \\ \times \quad 2 7 \\ \hline 7 1 4 \\ 2 0 4 \\ \hline 2 7 5 4 \end{array}$
---	---	---	---

首先分析 a，如果 a=1，则 b=9，c=9。三位乘数只能为 109。但 $109 \times 7 = 763$ ，十位数字不是 1。所以 a=2。

其次考虑三位数 $\overline{def}$ 和一位数 g， $\overline{def} \times g = \overline{20c}$ ，g=1 或者 $\overline{def} = \overline{10f}$ ，g=2，显然如果 $\overline{def} \geq 200$ ，则 $\overline{def} \times 7 > 1000$ ，不符。所以 $\overline{def} = \overline{10x}$ ，g=2。

下面只需考虑 $\overline{10f} \times 7 = \overline{b1h}$ ，只可能是 $102 \times 7 = 714$ 。所以，整个算式如上所示。

3. 【答案】 504

【解析】 因为 $\frac{1}{3}$ 是卧底，卧底中有 $\frac{1}{3}$ 被驱离出岛，所以共有 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$ 卧底被驱离出岛，即全部为 9 份，离开的是 1 份，留下 8 份，其中 2 份是卧底，所以还有的卧底是：
 $2016 \div 8 \times 2 = 504$ 人。

4. 【答案】 26

【解析】 三个等边三角形，面积比分别是 1:4:9，所以三个等边三角形的边长比为 1:2:3，
 所以面积为 9 的等边三角形占打等边三角形面积的 $\frac{1}{4}$ ，所以阴影部分面积为：
 $9 \div \frac{1}{4} - 9 - 1 = 26$ 。

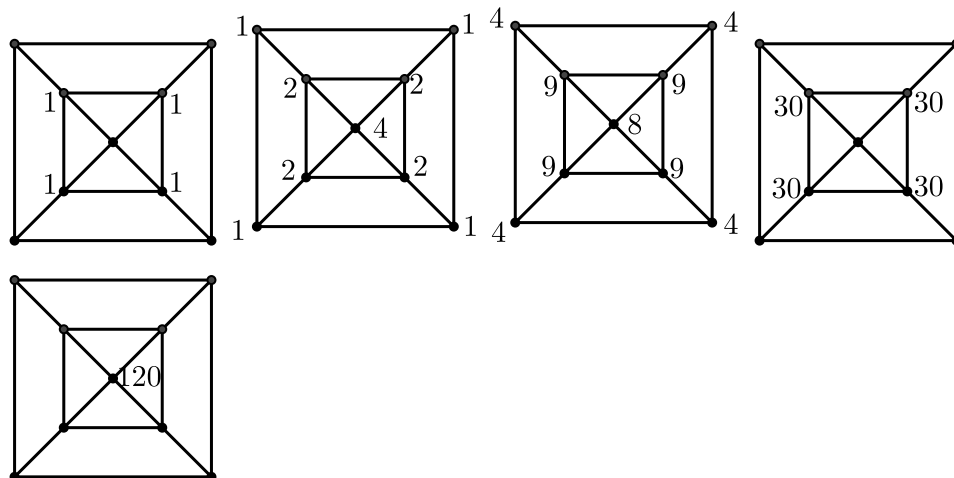
二、填空题 II（每小题 10 分，共 40 分）

5. 【答案】 29

【解析】 $2016 \otimes 1203 = 813$ ， $2017 \otimes 101 = 98$ ， $98 \otimes 121 = 98$ ， $813 \otimes 98 = 29$ ，
 $29 \otimes 128 = 29$ 。

6. 【答案】 120

【解析】 动态标数法：



7. 【答案】 12

【解析】 $2016 = 2^5 \times 3^2 \times 7$ ，所以 2016 的奇因数有 $(2+1) \times (1+1) = 6$ 个，2016 的偶因数有 $5 \times (2+1) \times (1+1) = 30$ 个。若排列最多的可能一定是“奇偶奇偶……”，所以最多一圈有 12 个；若有 13（或以上）个因数，那么必有两偶数相邻，构造 12 个数的情况：1, 2, 3, 14, 9, 4, 7, 8, 21, 16, 63, 32 圈成一圈。

8. 【答案】 34625

【解析】 每一位都小于等于 6，且不含重复数字的平方数：两位有 16, 25, 64；三位数有 256, 324, 361, 625。

2						2						2	5	1	6	3	4
3						3						3	4	6			1
6				4	2	6			1	4	2	6	3	5	1	4	2
1	2				5	1	2	4			5	1	2	4	3	6	5
					6						6			3			6
					3						3						3

2	5	1	6	3	4	2	5	1	6	3	4	2	5	1	6	3	4
3	4	6			1	3	4	6	2	5	1	3	4	6	2	5	1
6	3	5	1	4	2	6	3	5	1	4	2	6	3	5	1	4	2
1	2	4	3	6	5	1	2	4	3	6	5	1	2	4	3	6	5
		3			6			3	4	2	6	5	1	3	4	2	6
		2	5		3			2	5	2	3	4	6	2	5	2	3

三、填空题 III（每小题 12 分，共 48 分）

9. 【答案】 5936

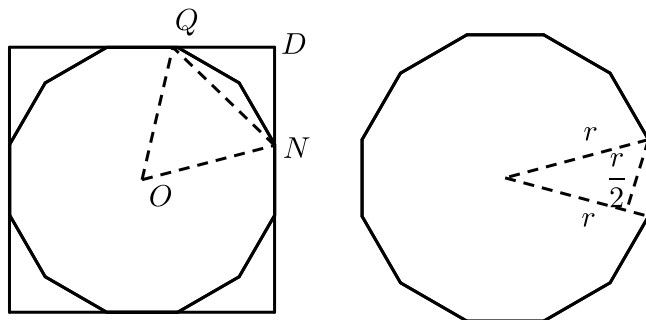
【解析】 设该四位数为 $\overline{ABCD}$ ：

- (1) 显然 $\overline{ABCD}$ 不含 1；
- (2) $\overline{ABCD}$ 含 5. 若 $\overline{ABCD}$ 不含 5，1~9 除 5 外不能排列成 5 的倍数；所以 $\overline{ABCD}$ 含 5.
- (3) $\overline{ABCD}$ 不含 2. 若 $\overline{ABCD}$ 含 2. 说明 2 不能整除 $\overline{ABCD}$ ，所以 $\overline{ABCD}$ 的四个数字为 2，4，6，8. 组成的四位数必为偶数，矛盾；所以 $\overline{ABCD}$ 不含 2.
- (4) $\overline{ABCD}$ 含 9. 若 $\overline{ABCD}$ 不含 9，说明 9 能整除 $\overline{ABCD}$ ，则 $\overline{ABCD}$ 必须不含 3，6，所以 $\overline{ABCD}$ 的四个数字为 4，5，7，8，不可能被 9 整除；所以 $\overline{ABCD}$ 含 9.
- (5) $\overline{ABCD}$ 不含 4. 若 $\overline{ABCD}$ 含 4，说明 4 不能整除 $\overline{ABCD}$ ，则 $\overline{ABCD}$ 必须含 8，所以 $\overline{ABCD}$ 的四个数字为 5，4，8，9，不可能被 3 整除；所以 $\overline{ABCD}$ 必须不含 4.
- (6) $\overline{ABCD}$ 含 6. 若 $\overline{ABCD}$ 不含 6，说明 6 不能整除必须不含 3，所以 $\overline{ABCD}$ 的四个数字为 5，7，8，9，不可能被 3 整除；所以 $\overline{ABCD}$ 必须含 6.
- (7) $\overline{ABCD}$ 含 3. 若 $\overline{ABCD}$ 不含 3，则 $\overline{ABCD}$ 的四个数字为 5，7，6，9，能被 9 整除；所以 $\overline{ABCD}$ 必含 3.

综上所述. $\overline{ABCD}$ 的四个数字为 3、5、6、9. 为使这个四位数能被 8 整除，个位必须为 6；又因为其余都是奇数，根据位值原理，十位数一定为 3；只需验证 9536，5936 两个答案即可. 经验证，答案为 5936.

10. 【答案】 54

【解析】



方法一:

连接 OQ , ON , QN .

$\angle QON = 60^\circ$, $OQ = ON$, 所以 $\triangle QON$ 为正三角形.

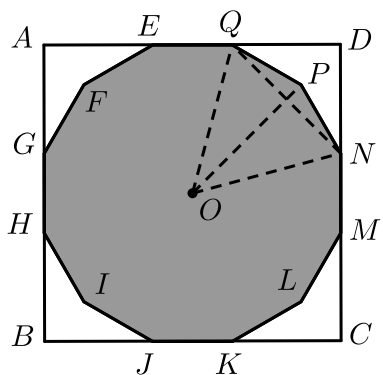
由勾股定理得 $OQ^2 = ON^2 = QN^2 = DQ^2 + DN^2 = 2 \times \left(\frac{6}{2}\right)^2 = 18$.

另一方面, 正十二边形面积为 $\frac{1}{2} \times 12 \times r \times \frac{r}{2} = 3r^2$.

所以阴影部分面积为 $3 \times ON^2 = 3 \times 18 = 54$.

方法二: 分别连接 QN 、 PO 、 QO 、 NO , 易得, 在正十二边形中, $\angle QON = 60^\circ$, 所

以 $S_{QONP} = \frac{1}{2} \times QN \times OP = \frac{1}{2} QN^2$ 在等腰直角三角形 QND 中,



$$\frac{1}{4} QN^2 = S_{\triangle QDN} = \frac{1}{2} QD^2 = \frac{1}{2} \times (6 \div 2)^2 = \frac{9}{2},$$

所以 $QN^2 = 18$.

$$\text{所以 } S = 6 \times \frac{1}{2} \times QN^2 = 3QN^2 = 3 \times 18 = 54.$$

11. 【答案】 3000

【解析】



如图所示，设甲乙二人第一次相遇在 D 点；乙在 F 点追上丙。从乙追上丙、甲刚好走到 B 地算起，到甲丙再次相遇、乙刚好好到 B 为止；乙的路程 (FB) 等于甲丙二人的路程和 (FB)，所以此时乙的速度等于甲丙二人的速度和；

前一段乙从 C 走到 F ，甲从 D 走到 B ，丙从 D 走到 F ，所以 $CF = DF + DB$ ，所以 $CD = DB$ 。

前一段，甲用二倍速走 AC ，再用 1 倍数走 CD ，乙用 1 倍速走 AC ，丙走了 BD ，所以 $2AC = \frac{1}{2}AC + CD + BD$ ，所以 $3AC = 4CD$ ；

综上所述， $AC : CD : DB = 4 : 3 : 3$ 。

设甲乙丙的正常速度分别为 $V_{\text{甲}}$ 、 $V_{\text{乙}}$ 、 $V_{\text{丙}}$ ；则有：

$$V_{\text{甲}} : V_{\text{丙}} = \left(\frac{1}{2}AC + CD \right) : BD = 5 : 3。$$

所以， $DB : DF = 5 : 3$ ，所以 $FB : AB = \left(\frac{2}{5} \times 3 \right) : 10 = 3 : 25$ 所以，

$$AB = 360 \div 3 \times 25 = 3000。$$

12. 【答案】 1 或 2 或 3 或 4 或 5 或 6 或 7 或 8 或 9 或 10 或 11；1 或 2 或 3 或 4 或 5 或 6 或 7 或 8 或 9；1 或 2 或 3 或 4 或 5 或 6 或 7 或 8 或 9 或 10 或 11

【解析】 略

2018 迎春杯五年级初赛 参考答案

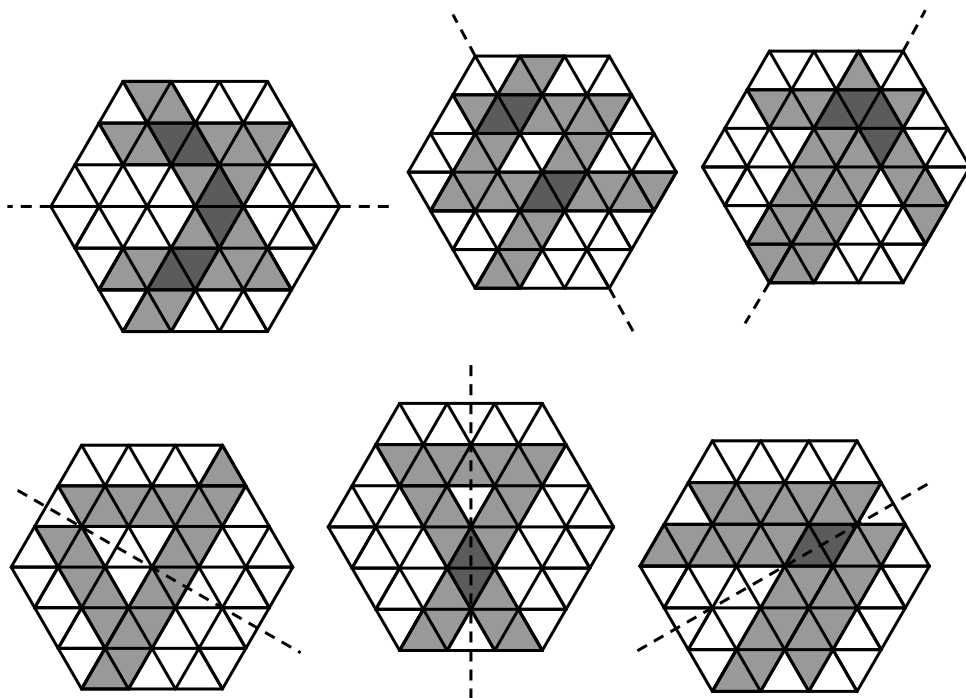
一、填空题 I （每小题 8 分，共 32 分）

1. 【答案】 145

【解析】 $\frac{2030}{2016} \times 144 = 2030 \div 14 = 145.$

2. 【答案】 6

【解析】 正六边形六条对称轴如下，可知最少涂 6 个正三角形.



3. 【答案】 5000

【解析】 $5000 \times \frac{11}{10} \times \frac{10}{11} \times \frac{13}{12} \times \frac{12}{13} = 5000.$

4. 【答案】 15

【解析】 若含 5，则必为“加” 此时 $\overline{\text{加油}} = 56$ ，此时 3 和 9 各剩一个，无法满足，所以不含 5. $\overline{\text{加油}}$ 为 7 的倍数，且不为 49，考虑 3、6、9 的分配.

第一种情况， $\overline{\text{吧}} = 9$ ，则 3、6 在左侧，且 $\overline{\text{加油}}$ 不是 3 的倍数，则 $\overline{\text{加油}} = 14$ 或 28，无解；

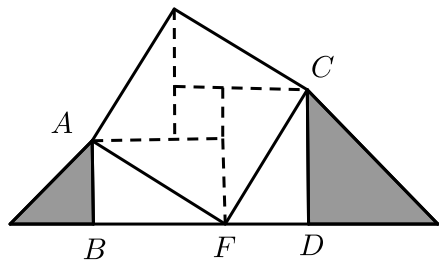
第二种情况，9 在左侧，则 3、6 在右侧，可得 $1 \times 2 \times 4 \times 9 \times 7 = 63 \times 8.$

“迎”、“春”、“杯” 的和为 15.

二、填空题 II (每小题 10 分, 共 40 分)

5. 【答案】 3

【解析】 $S = \frac{1}{2}AB^2 + \frac{1}{2}CD^2 = \frac{1}{2}FD^2 + \frac{1}{2}CD^2 = \frac{1}{2}S = \frac{1}{2} \times 6 = 3.$



6. 【答案】 23

【解析】 ①22 只小猴不够. 设共有 23 件武器, 其中 22 件重 26 斤, 1 件重 28 斤, 共 600 斤, 则每只小猴最多拿 1 件武器, 最少需要 23 只.

②23 只小猴一定可以. 设有 11 只小猴, 每个小猴都暂时拿了刚好多于 50 斤的武器, 即一定可以减少一件武器, 使得所拿武器的总重量不超过 50 斤. 此时, 还剩的武器重量一定 ≤ 50 斤, 第 12 只小猴可以把剩下的武器都拿走. 此时, 第 13 ~ 第 23 只, 共 11 只小猴每个小猴帮前 11 只小猴分担 1 件武器, 使前 11 只小猴所拿武器的总重量不超过 50 斤, 则 23 只小猴一定可以把所有兵器全部带回去.

7. 【答案】 145

【解析】 第 1 轮, 所有 3、4 握手, 共 10 次, 然后握手的组合向后平移 1 个位置, 变成 4 和 1 握手, 以此类推. 共需: $10 + (9 + 8 + 7 + 6 + \cdots + 2 + 1) \times 3 = 145$ 次握手.

8. 【答案】 16

【解析】 7 题答案分别是:

- ①有几道题的答案是 4? 1
- ②有几道题的答案不是 2 也不是 3? 3
- ③第⑤题和第⑥题的答案的平均数是多少? 3
- ④第①题和第②题的答案的差是多少? 2
- ⑤第①题和第⑦题的答案的和是多少? 2
- ⑥第几题是第一个答案为 2 的? 4
- ⑦有几种答案只是一道题的答案? 1

$$1 + 3 + 3 + 2 + 2 + 4 + 1 = 16.$$

三、填空题 III (每小题 12 分, 共 48 分)

9. 【答案】 7

【解析】 两位质数末位只能为 1、3、7、9, 其中, 1、3、7、9 每个数字横向、纵向最多可以成为两个两位数的末位. 而图表中, 只有 3 个位置可以纵横都作为两位数的末位, 所以最多可以组成 7 个质数. 构造如图:

2			
8	4		
6	1	9	
5	3	7	0

10. 【答案】 40

【解析】解法一：由于在流水行船中，时间与水速无关，则设水速为 0；

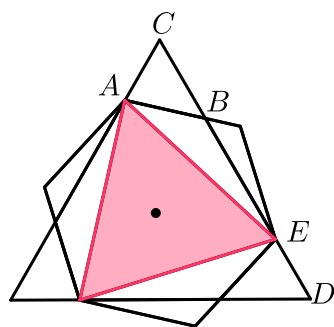
第一箱货物掉落在 A 地后不动，因为乙速是甲速的一半，所以乙从相遇到 A 地需 40 分钟，这段时间里，甲发现掉了第二箱货物并会到相遇地点，往返共需要 40 分钟；

所以，甲从出发到发现自己货物丢失共 $20 + 40 \div 2 = 40$ 分钟。

解法二：设乙船的静水速度为 x 米每分钟（一份），那么甲船的静水速度就是 $2x$ 米每分钟（两份）。由于一号木箱也可以随水流动，所以它与甲船之间的速度差为 $2x$ 米每分钟（两份），与乙船之间的速度差为 x 米每分钟（一份）。甲乙两船 20 分钟时相遇，此时他们与一号木箱距离为 $40x$ 米远，所以乙需要再前进 40 分钟可以找到该木箱，而我们可以发现甲船无论是顺流向下还是逆流向上其与二号木箱之间的速度差都是 $2x$ 米每分钟（两份），而甲船从离开二号木箱到再次相遇总共耗时 40 分钟，所以其在与乙分别 20 分钟之后发现了木箱丢失启程返航，加上最开始的 20 分钟，总共耗时 40 分钟。

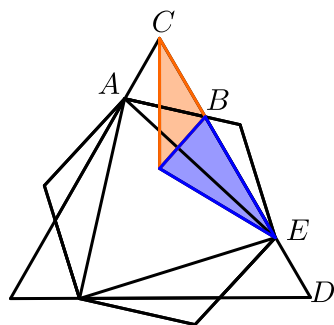
11. 【答案】 735

【解析】



方法一：

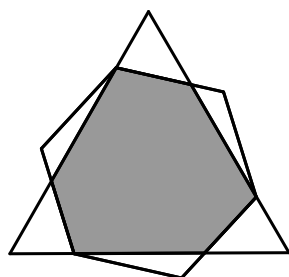
粉色面积为 $840 \div 2 = 420$ ；根据鸟头模型，可计算出 A 点为四等分点；



蓝色阴影为六边形面积的 $1/6$ ，为 $840 \div 6 = 140$ ；

黄色阴影面积为 $960 \div 4 - 140 = 100$ ；

$CB : BE : ED = 5 : 7 : 4$ ； $\triangle ABC$ 的面积为 $960 \times \frac{5}{16} \times \frac{1}{4} = 75$ ，则



阴影部分面积为 $960 - 75 \times 3 = 735$ 。

方法二: $\triangle DEF$ 的面积为正六边形面积的一半, $S_{\triangle DEF} = 840 \div 2 = 420$, 可知

$S_{\triangle ADF} = (960 - 420) \div 3 = 180$, 根据鸟头模型可知:

$$S_{\triangle ADF} = \frac{AD}{AB} \times \frac{AF}{AC} \times S_{\triangle ABC} = \frac{AD}{AB} \times \left(1 - \frac{FC}{AC}\right) \times S_{\triangle ABC}$$

因为 $FC = AD$, $AB = AC$, $S_{\triangle ABC} = 960$. 所以可知 $\frac{AD}{AB} = \frac{1}{4}$, 即 D 为 AB 的四等分点.

O 为 $\triangle ABC$ 的中心, 同样也为正六边形中心, 由正六边形性质可知 OF 平行于 DG ,

所以 $S_{\triangle MHO} = S_{\triangle MFG}$, 因为 $S_{\triangle OFG}$ 为正六边形面积的 $\frac{1}{6}$, 所以,

$S_{\triangle OHF} = S_{\triangle OFG} = \frac{1}{6} \times 840 = 140$, 因为 F 为四等分点, 所以 $AF = \frac{3}{4}AC$. 在 $\triangle OAF$

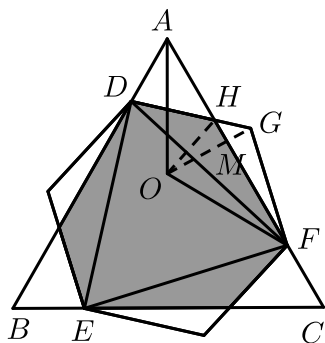
中, 以 AF 为底, 则高为 $\triangle ABC$ 高的 $\frac{1}{3}$, 所以面积 $S_{\triangle OAF} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} = 240$. 故有

$S_{\triangle OHA} = S_{\triangle OAF} - S_{\triangle OHF} = 240 - 140 = 100$, 所以有:

$AH : HF = S_{\triangle AOH} : S_{\triangle OHF} = 100 : 140 = 5 : 7$, 所以 $AH : HF : FH = 5 : 7 : 4$.

所以 $AH : AC = \frac{5}{16}$, 根据鸟头模型可知 $S_{\triangle ADH} = \frac{5}{16} \times \frac{1}{4} \times 960 = 75$.

所以阴影部分面积为 $960 - 75 \times 3 = 735$.



12. 【答案】 1 或 2 或 3 或 4 或 5 或 6 或 7 或 8 或 9 或 10 或 11; 1 或 2 或 3 或 4 或 5 或 6 或 7 或 8 或 9; 1 或 2 或 3 或 4 或 5 或 6 或 7 或 8 或 9 或 10 或 11

【解析】 略

2019 迎春杯五年级初赛 参考答案

一、填空题 I（每小题 8 分，共 32 分）

1. 【答案】 1

【解析】 奇数个 2019 相乘，个位为 9，偶数个 2019 相乘，个位为 1. $1 \times 2, 2 \times 3, 3 \times 4, \dots, 2019 \times 2020$ 都是两个相邻自然数的乘积，为偶数，和仍为偶数. 所以 $2019^{1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + 2019 \times 2020}$ 个位数为 1.

2. 【答案】 12

【解析】 设总电量为 12 份，则充电效率为 $12 \div 3 = 4$ （份），充电效率与用电效率的差是 $12 \div 4 = 3$ （份），放电效率为 1 份，所以使用时间为 12 小时.

3. 【答案】 98388

【解析】

$$\begin{array}{r}
 108 \\
 \times 911 \\
 \hline
 108 \\
 972 \\
 \hline
 98388
 \end{array}$$

4. 【答案】 220

【解析】 方法一：10 层的三角垛是由 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55 个小球堆成的，一共为 $1 + 3 + 6 + 10 + 15 + 21 + 28 + 36 + 45 + 55 = 220$ （个）小球.

方法二：六个 10 层的三角垛可以切拼合并成长、宽、高分别为 10, 10 + 1, 10 + 2 的长方体球阵，

一共有 $10 \times 11 \times 12 = 1320$ （个）小球，

则每个 10 层的三角垛有 $1320 \div 6 = 220$ （个）小球.

二、填空题 II（每小题 10 分，共 40 分）

5. 【答案】 16

【解析】 2, 0, 1, 8 这四个数字可以组成的四位数有 $3 \times 3 \times 2 \times 1 = 18$ （个），除了 2018 和 1208 外，还有 $18 - 2 = 16$ （个）.

6. 【答案】 54612

【解析】

3	5	2	1	6	4
6	4	1	2	5	3
2	6	5	4	3	1
4	1	3	6	2	5
5	2	4	3	1	6
1	3	6	5	4	2

7. 【答案】 1000

【解析】 假设飞机每飞 100 千米消耗 1 份油.

每小时漏油相当于 $(6 \times 6 - 4 \times 8) \div (8 - 6) = 2$ (份) 油,

原始存有油量为 $(2 + 4) \times 8 = 48$ (份) 油.

此时由于要飞 4000 千米,

所以至少需要 40 份油用来飞行,

飞行中最多可以漏油的量为 8 份.

所以要在 $8 \div 2 = 4$ (小时) 内到达目的地,

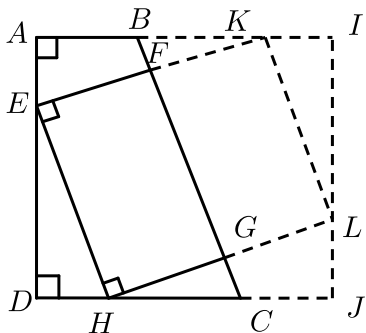
故可以知道每小时需要飞行耗油为 $48 \div 4 - 2 = 10$ (份) 油,

所以至少需要保持 $4000 \div 4 = 1000$ (千米 / 时) 的速度飞行才可以到达目标.

8. 【答案】 18

【解析】 如图, 已知两个梯形的上底与下底之和都等于梯形的高, 可将直角梯形 $ABCD$ 和 $EFGH$ 分别补成一个正方形 $AIJD$ 和 $EKLH$, 两个梯形的面积之差可转化为三角形 AEK 和三角形 EDH 的面积, 可知四个直角三角形的面积相等.

每个三角形的面积为 $3 \times 6 \div 2 = 9$, 两个梯形面积之差为 18.



三、填空题 III (每小题 12 分, 共 48 分)

9. 【答案】 13

【解析】 5 个十字的和, 会覆盖 a, b, c, d 一次, X 会覆盖 5 次, 其余格会覆盖 2 次, 所以得出算式 $2 \times (1 + 2 + \cdots + 13) - (a + b + c + d) + 3X = 5 \times 42$ 化简得 $3X - (a + b + c + d) = 28$, 又因为 $a + b + c + d$ 至少为 10, 所以 $3X$ 不少于 38, 故 X 只能为 13, 而 $X = 13$ 的构造如图.

		2		
	9	6	12	
5	8	13	4	3
	7	11	10	
		1		

10. 【答案】 729

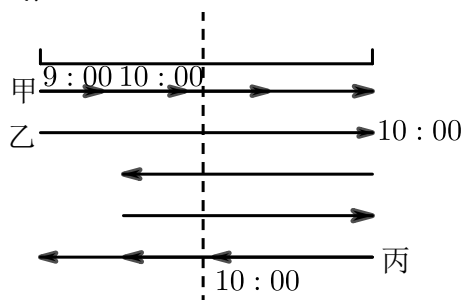
【解析】 这个三位数是个合数, 所以因数个数大于 2, 因数个数, 又是质数, 所以一定是形如 p^2, p^4, p^6 的数 (p 为质数), 可能的三位数如下表:

三位数	121	169	289	361	529	841	961	625	729
因数个数	3	3	3	3	3	3	3	5	7

如果有人拿到 4, 就能直接确定三位数是 841, 如果拿到 7, 就能直接确定三位数是 729, 因为 4 只出现一次, 7 出现了两次, 若两人同时回答, 说明这个三位数不是 841, 只能是 729.

11. 【答案】 80

【解析】 分析: 如图, 乙追丙的时间和他回到 B 地的时间相同, 在追的那段时间里乙比丙多走的路程是甲两倍的时间里走的路程, 即乙的速度 = 丙的速度 + 2 × 甲的速度, 那么分析乙第一次抵达 B 地这段时间可得乙丙是 9 点半出发, 即速度为 $40 \div 0.5 = 80$ (千米 / 时).



12. 【答案】 1 或 2 或 3 或 4 或 5 或 6 或 7 或 8 或 9 或 10 或 11; 1 或 2 或 3 或 4 或 5 或 6 或 7 或 8 或 9; 1 或 2 或 3 或 4 或 5 或 6 或 7 或 8 或 9 或 10 或 11

【解析】 略

2021 迎春杯五年级初赛 参考答案

一、填空题 I（每小题 8 分，共 32 分）

1. 【答案】 2021

【解析】 原式 $= 420 \div 0.21 + 2.1 \times 2.1 \div 0.21 = 2000 + 21 = 2021$.

2. 【答案】 3451

【解析】 $203 \times 17 = 3451$.

3. 【答案】 13

【解析】 写 4 封信要用 3 根多一点的笔芯，因此 16 封信大于 $4 \times 3 = 12$ 根，
另一方面，写 5 封信不到 4 根笔芯，平均每封不到 0.8 根，
16 封信不到 $16 \times 0.8 = 12.8$ 根，因此至少 13 根。

4. 【答案】 219

【解析】 设这个六位数为 $\overline{abcdef}$ ，则 5 个不同的两位数之和为
 $\overline{ab} + \overline{bc} + \overline{cd} + \overline{ef} = 11(a+b+c+d+e+f) - \overline{fa} = 11 \times 21 - \overline{fa}$ ，当 $\overline{fa}$ 最小为 12 时，
这 5 个两位数的和最大是 $11 \times 21 - 12 = 219$ 。

二、填空题 II（每小题 10 分，共 40 分）

5. 【答案】 12

【解析】 A 必含质因数 2 和 3，不妨设 $A = 2^a \times 3^b \times B$ ，记 B 的因数个数为 $d(B)$ ，则：

$$\begin{cases} a \times (b+1) \times d(B) = 4 \\ b \times (a+1) \times d(B) = 3 \end{cases}$$

那么 $d(B)(3,4) = 1$ ，所以 $B = 1$ ，故：

$$\begin{cases} a \times (b+1) = 4 \\ b \times (a+1) = 3 \end{cases}$$

易得 $a = 2$ ， $b = 1$ ，因此 $A = 2^2 \times 3^1 = 12$ 。

6. 【答案】 180

【解析】 因为每人分到的糖果颜色不同，先将 4 颗白色糖果分给 4 个人，有 5 种，第 5 个人从剩下的 3 种颜色中任选两种，有 3 种，此时再将剩下 1 种颜色的 2 个糖果和另两种颜色各 1 颗分给前面 4 个小朋友，有 $6 \times 2 = 12$ 种，根据乘法原理，共 $5 \times 3 \times 12 = 180$ 种。

7. 【答案】 210

【解析】 因为 $DE = DC$ ， $BD = 2DC$ ，

所以 $S_{\triangle AEF} = S_{\triangle ACF} = 28$ ， $S_{\triangle ABF} = 2S_{\triangle ACF} = 56$ ，

那么 $S_{\triangle AGF} = 28 - 12 = 16$ ， $S_{\triangle AEF} = 56 - 16 = 40$ ，

因为 $AG : GE = 16 : 12 = 4 : 3$ ，

所以 $S_{\triangle ABE} = 40 \times \frac{7}{4} = 70$ ，

因此 $S_{\triangle ABC} = 70 \times 3 = 210$ 。

8. 【答案】 11

【解析】 甲的话说明乙丙至少隔 2 个数，乙的话说明丙可能为 3、5、8，甲乙丙可能为 21、13、3；13、21、3；1、21、5；21、1、5；1、2、8；2、1、8。丙的话说明三个数为 1、2、8，因此和为 $1 + 2 + 8 = 11$ 。

三、填空题 III (每小题 12 分, 共 48 分)

9. 【答案】 910

【解析】 设这个九位回文数为 $\overline{abcdedcba}$,

则 $99|\overline{ba} + \overline{dc} + \overline{de} + \overline{bc} + a = 2\overline{ba} + 2\overline{dc} + e$,

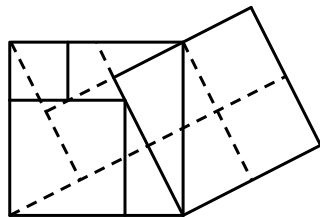
若 $\overline{dc} = 0$, e 取 $0 \sim 9$, $\overline{ba}$ 唯一确定.

若 $\overline{dc} \neq 0$, $\overline{ba}$ 和 e 任意取值, $\overline{dc}$ 唯一确定,

$9 \times 10 \times 10 = 900$, 共 $900 + 10 = 910$ 个.

10. 【答案】 27

【解析】 如图,



因为 $15 : 60 = 1 : 4$,

易得大正方形的面积为 $15 \times 9 = 135$, 差为 $135 \times \frac{1}{5} = 27$.

11. 【答案】 144

【解析】 流水行船中的相遇追及与水速无关, 令水速为 0, 易得甲扔箱子的位置距离 A 港 $72 \times 2 = 144$ 千米.

12. 【答案】 1 或 2 或 3 或 4 或 5 或 6 或 7 或 8 或 9 或 10 或 11; 1 或 2 或 3 或 4 或 5 或 6 或 7 或 8 或 9; 1 或 2 或 3 或 4 或 5 或 6 或 7 或 8 或 9 或 10 或 11

【解析】 略

2016 迎春杯高年级决赛 参考答案

一、填空题 I（每小题 8 分，共 40 分）

1. 【答案】 2017

【解析】 方法一：原式 =
$$\frac{2015 \times 2016}{\underbrace{\frac{1}{1 + \frac{1}{2016}} + \frac{1}{1 + \frac{1}{2016}} + \cdots + \frac{1}{1 + \frac{1}{2016}}}_{2015}}$$

$$= \frac{2016}{\frac{1}{1 + \frac{1}{2016}}}$$

$$= 2016 \times \left(1 + \frac{1}{2016}\right)$$

$$= 2017.$$

方法二：原式 =
$$\frac{2015 \times 2016}{\frac{1}{1 + \frac{1}{2016}} \times 2015} = 2016 \times \left(1 + \frac{1}{2016}\right) = 2017.$$

2. 【答案】 12

【解析】 将成本看作单位 “1”，则原售价为： $1 + 25\% = 1.25$ ，提高后售价为： $1 + 40\% = 1.4$ 。
所以售价应该提高 $(1.4 - 1.25) \div 1.25 \times 100\% = 12\%$ 。

3. 【答案】 2088

【解析】 6, 8, 9 的最小公倍数为： $[6, 8, 9] = 72$ ，
所以所求年份为 72 年后即 $2016 + 72 = 2088$ 年。

4. 【答案】 35

【解析】 第一次站着的山妖是山妖总数的 $1 \div \left(1 + 1 + \frac{1}{3}\right) = \frac{3}{7}$ 。
第二次站着的山妖是山妖总数的 $\left(1 + \frac{1}{4}\right) \div \left(1 + 1 + \frac{1}{4}\right) = \frac{5}{9}$ 。
所以山妖总数为： $(10 - 2) \div \left(\frac{5}{9} - \frac{3}{7}\right) = 63$ (个)。
那么站着的山妖有： $63 \times \frac{5}{9} = 35$ (个)。

5. 【答案】 46123

【解析】 如图所示：

5	1	2	4	6	3
3	5	6	1	2	4
1	3	4	6	5	2
2	4	3	5	1	6
6	2	5	3	4	1
4	6	1	2	3	5

6. 【答案】 2196

【解析】 用字母表示该算式 $\overline{A1BC} - \overline{3DE} \times \overline{0.FG} = 2016$

因为 $\overline{3DE} \times \overline{0.FG} < 400$, 所以 $A = 2$.

$\overline{3DE} \times \overline{0.FG} = \overline{21BC} - 2016 < 200$, 所以 $F < 7$.

注意到 $\overline{3DE} \times \overline{0.FG}$ 为整数, 即 $\overline{3DE} \times \overline{FG}$ 是 100 的倍数, 所以 $\overline{3DE} = 375$.

则 $\overline{3DE} \times \overline{0.FG}$ 是 5 的倍数, 所以 $C = 6$, 还剩下 4, 8, 9 三个数字.

经检验知: 该式子为 $2196 - 375 \times 0.48 = 2016$.

7. 【答案】 576

【解析】 $2016 = 2^5 \times 3^2 \times 7$, 当某同学报的数与 2016 不互质时, 取 n 为该数与 2016 的最大公约数, 知该同学将得到新年礼物. 所以只有报的数与 2016 互质的同学不可能得到新年礼物.

这样的同学有: $2016 \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{7}\right) = 576$ (名).

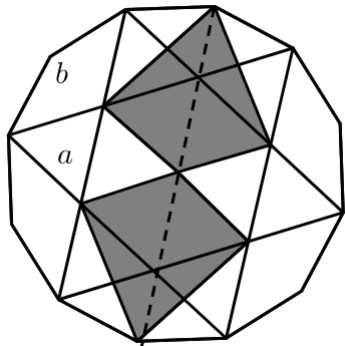
8. 【答案】 672

【解析】 如图, 首先将阴影部分等积变形成为下面形状, 并设三角形面积为 a , 四边形面积为 b ,

整个正十二边形是由 12 个这样的正三角形和 6 个 b 这样的四边形组成,

而阴影部分是由 4 个 a 这样的正三角形和 2 个 b 这样的四边形组成, 恰是整个正十二边形的 $\frac{1}{3}$,

所以阴影部分面积 $= 2016 \times \frac{1}{3} = 672$ 平方厘米.



9. 【答案】 7281

【解析】 $\overline{成双} | \overline{好事成双} - \overline{好事}$, 即 $\overline{成双} | \overline{好事} \times 99$.

注意到 $\overline{成双}$ 不含质因数 11, 所以 $\overline{成双} | \overline{好事} \times 9$, 且 $\overline{成双} > \overline{好事}$.

经检验知: $\overline{好事成双}$ 最大为 7281.

10. 【答案】 180

【解析】 方法一：

由 A 的话可知，A 的十位是 1，又因为是质数，所以 A 有可能是 13，17，19；

C 能断定自己的数第二小，且有 6 个因数，所以可能是 20，28，32；

B 是完全平方数，但不能含有 1 和 2，所以 B 有可能是 36，49，64；

D 能断定自己不是最大的，说明他的数是 53 或 54 或十位数不超过 4，但大于等于 34；

E 是某人的数的 3 倍，由上面信息可知，只能是 A，且推得 A 为 19，则 E 为 57.

最后根据 D 能知道 ABC 三人手中两个数，试验可知，BCD 手中数分别为 36，28，40，

综上所述，五个两位数之和是 180.

方法二：

由 A 的话可知：A 的数只能是 13 或 17 或 19；

由 B 的话可知：B 的数只能是 25，36，49 或 64；

由 C 的话可知：B 的数不能是 25，C 的数可能是 20，28，32；

由 D 的话可知：B，C，D 的数分别是 36，20，48 或者 36，28，40，此时不确定的数字只有 5，7，9；

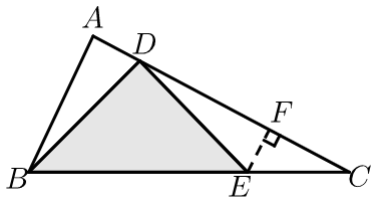
由 E 的话可知：A 的数是 19，E 的数是 57.

注意到：19 + 36 + 28 + 40 + 57 = 19 + 36 + 20 + 48 + 57 = 180.

三、填空题（每小题 2 分，共 60 分）

11. 【答案】 80

【解析】 方法一：如图，作 $EF \perp AC$ 于 F ，因为 $S_{\triangle CFB} = S_{\triangle CEF} + S_{\triangle BEF} = S_{\triangle CEF} + S_{\triangle FEA} = S_{\triangle AEC}$ ，所以 $EF \times AC = AB \times CF$ ，即 $24EF = 12CF$ 所以 $CF = 2EF$ 。又由弦图知 $\triangle ABD$ 与 $\triangle FDE$ 完全一样，所以 $AD = EF$ ， $DF = AB$ 。所以 $AD = \frac{24 - 12}{3} = 4$ 厘米。所以 $S_{\triangle BDE} = \frac{1}{2} \times BD \times DE = \frac{1}{2} \times (12^2 + 4^2) = 80$ (平方厘米)。



方法二：设 AD 长 x 厘米，由弦图可知， $EF = AD = x$ ，列方程， $\frac{1}{2} \times 12x + \frac{1}{2} \times (24 - x)x + \frac{1}{2} (12^2 + x^2) = \frac{1}{2} \times 12 \times 24$ ，解得： $x = 4$ ，后续同法 1.

12. 【答案】 6

【解析】 当 $n = 2016$ 时, $\frac{1}{\underbrace{99 \dots 9}_{n \text{ 个}}}$ 的第 2016 位为 1.

因为 2017 为质数, $2018 = 2 \times 1009$, 所以 S 在求和过程中第 2017 位不可能产生进位.

因为 $2016 = 2^5 \times 3^2 \times 7$, 所以 2016 的约数共有: $(5+1) \times (2+1) \times (1+1) = 36$ (个).

所以 S 的小数点后第 2016 位是 6.

13. 【答案】 27

【解析】 设甲、乙两人相遇于 C 点.

则 BC 段乙比车多用 $5 \times 6 = 30$ (分钟), AB 段乙比车多用 $5 \times 8 = 40$ (分钟).

所以 $AC : BC = (40 - 30) : 30 = 1 : 3$, 可知甲、乙速度比为 $1 : 3$.

又因为车走 AC 段比车走 BC 段少用 $5 \times (9 - 6) = 15$ (分钟),

所以, 车走 AC 段用时 $15 \times \frac{1}{3-1} = 7.5$ (分钟), 车走 BC 段用时 $15 \times \frac{3}{3-1} = 22.5$ (分钟).

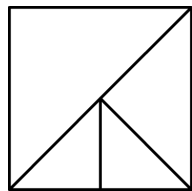
所以, 乙走 BC 段用时 $22.5 + 30 = 52.5$ (分钟), BC 段长度为

$$21 \div \left(1 - \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}\right) = \frac{189}{8} \text{ (千米)}$$

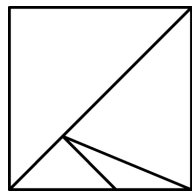
那么, 乙的速度为 $\frac{189}{8} \div \frac{52.5}{60} = 27$ (千米 / 小时).

14. 【答案】 21

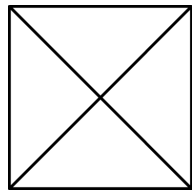
【解析】 如图, 分割方式可分为如下 4 类:



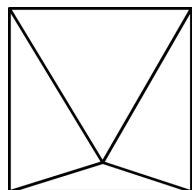
共 $2 \times 2 \times 2 = 8$ (种)



共 $2 \times 4 = 8$ (种)



共 1 (种)



共 4 (种)

所以共有 $8 + 8 + 1 + 4 = 21$ (种).

2017 迎春杯高年级决赛 参考答案

一、填空题 I (每小题 8 分, 共 40 分)

1. 【答案】 64

【解析】 原式 $= (63^2 - 1) \div (63 - 1)$
 $= (63 - 1) \times (63 + 1) \div (63 - 1)$
 $= 64.$

2. 【答案】 2384

【解析】 图形周长等于 5 段弧长加 1 个半径分别计算再求和:

$$\begin{aligned} & \text{周} \qquad \qquad \qquad \text{长} \\ &= \frac{1}{5} \times 2\pi \times 100 + \frac{1}{5} \times 2\pi \times 200 + \frac{1}{5} \times 2\pi \times 300 + \frac{1}{5} \times 2\pi \times 400 + \frac{1}{5} \times 2\pi \times 500 + 500 \\ &= \frac{2\pi}{5} \times 1500 + 500 \\ &= 2384. \end{aligned}$$

3. 【答案】 94

【解析】 设第一局中国队得 a 分, 第四局中国队得 b 分, 根据题意有:

$$\begin{aligned} b - a &= 12\% \times (b + 25) = 8\% \times (b + 50), \text{解得 } b = 25, a = 19. \\ \text{所以, 四局得分总和 } &19 + 25 + 25 + 25 = 94 \text{ 分.} \end{aligned}$$

4. 【答案】 9285

【解析】 首先, 比较两个式子, 由 “白” 与 “诗” 不同可推知 “甫” = 5;

其次, “李白” + “杜甫” 和最大为: $97 + 86 = 183$, 所以 “背” = 1, “诗” 不超过 7;

再次, 由第三个式子知 “李” - “杜” = 1, “白” 不超过 2, “诗” 不小于 6.

注意到 “白” 与 “背” 不相同, 所以 “白” = 2 与 “诗” = 7,

$$\overline{\text{李白}} + \overline{\text{杜甫}} = 177, \overline{\text{李白}} - \overline{\text{杜甫}} = 7, \overline{\text{李白}} = 92, \overline{\text{杜甫}} = 85.$$

5. 【答案】 5

【解析】 分析任意连续 4 个数 a, b, c, d , 前三个数的和要小于等于 29, 即 c , 这四个数的和要大于等于 41, 即 $a + b + c \leq 29$; 所以第四个数要大于等于 12, 即 $d \geq 12$. 同理, $b + c + d \geq 29, a + b + c + d \leq 41$; 所以 $a \geq 12$. 综上所述, 如果有连续的四个数, 这四个数两边都要大于 12.

如果这一列有 6 个数 a, b, c, d, e, f : 观察前 4 个, 那么 $a \geq 12, d \geq 12$; 观察中间 4 个, 那么 $b \geq 12, e \geq 12$; 观察后 4 个, 那么 $c \geq 12, f \geq 12$. 所以 $a + b + c \geq 3 \times 12 = 36$, 与三个数之和小于 30 矛盾. 所以这列数的个数不可能大于 5, 下面构造 5 个数组成的数列: 12, 12, 5, 12, 12. 所以, n 的最大值是 5.

二、填空题 II (每小题 10 分, 共 50 分)

6. 【答案】 32

【解析】

$$\begin{aligned}
 \text{原式} &= \frac{2017 \times \left(\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \cdots + \frac{1}{2013 \times 2015} + \frac{1}{2015 \times 2017} \right)}{2016 \times \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \frac{1}{16} - \frac{1}{32} - \frac{1}{64} \right)} \\
 &= \frac{2017 \times \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{2017} \right)}{2016 \times \frac{1}{64}} \\
 &= \frac{\frac{2017}{2} \times \frac{2016}{2017}}{2016 \times \frac{1}{64}} \\
 &= \frac{\frac{2016}{2}}{\frac{2016}{64}} \\
 &= 32.
 \end{aligned}$$

7. 【答案】 7776

【解析】 把这个四位数 N 分解质因数, 设 $N = 2^a \times 3^b \times p_1^{n_1} \times \cdots$,

因为 $6N = 2^{a+1} \times 3^{b+1} \times p_1^{n_1} \times \cdots$ 是完全立方数, 所以 $3|a+1$, 且 $3|b+1$.

因为 $\frac{N}{6} = 2^{a-1} \times 3^{b-1} \times p_1^{n_1} \times \cdots$ 是完全平方数, 所以 $2|a-1$, 且 $2|b-1$.

那么, a, b 的最小值为 5, N 的最小值为 $2^5 \times 3^5 = 7776$, 所以 $N = 7776$.

8. 【答案】 31462

【解析】 第一步: 由 $c = d$ 易知 c 里面的数是 6, d 里面的数是 3, 2, 1. 由 $e > f$ 易知, E 里面的数 5, 6, F 里面的数是 1, 2, 3, 4.

第二步: 宫内排除.

第三步: 观察 A 最小是 $1+2+3+4=10$, 而 B 中剩下两个数只能填 1, 4, 5, 要凑出大于等于 10 的数只能是 $3+4+5$, 所以 B 中剩下两个数是 4, 5, 然后简单的宫内排除和区域和就可以, 具体过程如下.

	F	2			D
E	5		6	A	1
	6				1
		5	3	2	
2	C	6		B	3

	F	2			D
E	5	3	6	A	1
	6				1
		5	3	2	
2	C	6		B	3

	F	2			D 3
E 5	3	6	A 1	4	2
6					1
4	5	3	2	1	6
2	C 6	1	B 3	5	4

1	F 4	2	5	6	D 3
E 5	3	6	A 1	4	2
6					1
3					5
4	5	3	2	1	6
2	C 6	1	B 3	5	4

1	F 4	2	5	6	D 3
E 5	3	6	A 1	4	2
6			4	3	1
3					5
4	5	3	2	1	6
2	C 6	1	B 3	5	4

1	F 4	2	5	6	D 3
E 5	3	6	A 1	4	2
6	2	5	4	3	1
3	1	4	6	2	5
4	5	3	2	1	6
2	C 6	1	B 3	5	4

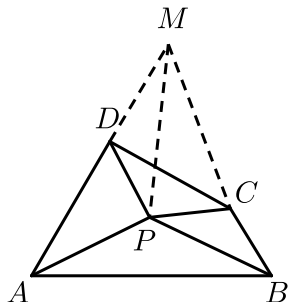
9. 【答案】 16

【解析】 突破口：分析饶老师和乔老师两人说的话，两人的话不可能同时成立，所以两人中必有一人没说真话，所以其余三人说的话都是真话。

观察孙老师说的话：他只能是 10, 20, 30, 40 之一；根据成老师说的话，孙老师钱的一半也得是偶数，所以孙老师只能是 20, 40；如果孙老师的钱是 40，根据成老师说的话，成老师和赵老师加起来应该为 20，这样总数已经超过 50，不可能。所以孙老师抢到了 20，成老师和赵老师加起来为 10；赵老师说其他人抢到的都是他的倍数，所以成老师也是赵的倍数：将 10 拆成两个偶数，一个是另一个的倍数，只能是 $2+8$ 。所以成老师抢到了 8 元，赵老师抢到了 2 元。下面只剩饶老师和乔老师，他们的和应该是 $50-20-10=20$ ；再分析他们说的话：如果乔老师说的是真话，那么饶老师应该抢到 15 元，乔老师抢到 5 元，与每人都是偶数矛盾，所以乔老师没说真话，饶老师说的是真话；如果饶老师抢到的大于等于 6 元，那么乔老师抢到的为 14 元，小于除了孙老师以外其他所有老师抢到的总和，所以饶老师抢到的只能是 4 元，这样说谎话的是乔老师，抢到 16 元。

10. 【答案】 147

【解析】 如图所示，延长 AB ， AC 交于 M ，连结 MP ，易知三角形 ABM 为正三角形， $DM:DA = 1:2$ ， $CM:CB = 2:1$ ，所以三角形 DMP 和三角形 CMP 的面积分别为 10，34，即四边形 $DPCM$ 的面积是 44. 再观察三角形 DMC ，由于 DPB 的面积为整数，所以它的面积也为整数，并且三角形 MDC 是三角形 MAB 的 $\frac{2}{9}$ ，所以四边形 $ABCD$ 的面积为三角形 MAB 面积的 $\frac{7}{9}$ ，为使 $ABCD$ 的面积尽量大，三角形 MAB 的面积要尽量大，那么三角形 MDC 的面积应尽量大，三角形 MDC 面积最大为 $44 - 2 = 42$ ，这时四边形 $ABCD$ 的面积为 $42 \times \frac{7}{2} = 147$.



三、填空题 III (每小题 12 分，共 60 分)

11. 【答案】 36

【解析】 观察数列的第 n 项和 $n+1$ 项， $a_n = [1, 2, \dots, n]$ ， $a_{n+1} = [1, 2, \dots, n, n+1]$ ，当 $n+1|a_n$ 时， $a_{n+1} = a_n$ ，当 $n+1|a_n$ 不成立时， $a_{n+1} > a_n$ ，即，如果质因数的最高次幂在之前都已经出现过，得到的新数等于原来的数；当某个质因数第一次出现时，得到的新数大于原来的数. 所以新出现的数发生在如下几个数：

1, 2^1 , 2^2 , 2^3 , 2^4 , 2^5 , 2^6 , 3^1 , 3^2 , 3^3 , 3^4 , 5^1 , 5^2 , 7^1 , 7^2 , 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97 共 36 个.

12. 【答案】 343

【解析】 对正方体每个顶点黑白间隔染色，同一种颜色中不同的两点，都可以视作正方体某一面上对角线的两点，

所以同一种颜色中不同的两点间相对位置固定不变. 一开始 A 、 B 都在黑点上，

如果第一步 A 向右，那么 B 可以向左或向下有两种走法，如果第一步 A 向后，

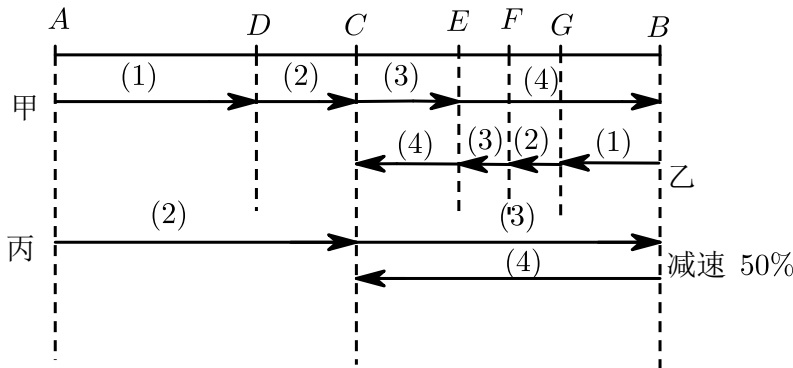
那么 B 可以向前或向下有两种走法，如果第一步 A 向下，

那么 B 可以向前或向左或向下有 3 种走法，所以第一步共有 7 种走法；第一步后 A 、 B 从都在黑点上跳到了都在白点上，但两点间相对位置不会发生改变，

所以第二步同样有 7 种走法；同理第三步也有 7 种走法. 根据乘法原理，共有 $7^3 = 343$ 种走法.

13. 【答案】 1620

【解析】 根据题意画出下面的线段图， (1) 表示在丙出发前甲乙二人走过的路程， (2) 表示丙追上甲的过程， (3) 表示到甲乙相遇时的过程， (4) 表示丙追上乙的过程。



观察 (4) 甲乙丙三人走过的路程，不难发现在相同时间内丙走过的路程等于甲乙二人走过的路程和，所以 (4) 中丙的速度是甲乙二人的速度和，所以在 (2)、(3) 中丙的速度是甲乙二人的速度和的 2 倍，所以把 (2)、(3) 两个阶段合起来，丙走的路程是甲乙二人走过路程的 2 倍，即 $AB = 2DG$ ，即 DG 为全程的一半，所以 $AD + BG = DG$ ，所以 (1) 的时间和 (2)、(3) 的时间加起来也相等，所以甲乙分别在 (1) 内跑的路程与 (2)、(3) 内跑的路程和相等，即 $AD = DE$ ， $BG = GE$ 。

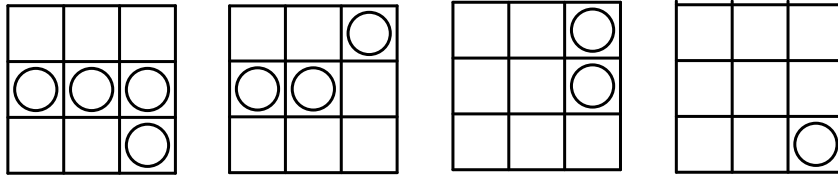
再观察丙一人走过的 (3)、(4)：走相同的路程，速度减少了 50%，速度比是 2:1，所以这两段时间比是 1:2，即 (3)、(4) 两个阶段的时间比是 1:2，那么甲乙二人在这两个阶段的路程比也是 1:2，即 $EB = 2CE$ ， $CE = 2EF$ 。

综合 $AD = DE$ ， $BG = GE$ ， $EB = 2CE$ ， $CE = 2EF$ ，设 $EF = a$ ，那么 $CE = 2a$ ，那么 $EB = 4a$ 。又因为 $EG = GB$ ，所以 $EG = GB = 2a$ ，所以 $FG = a$ 。这样，乙 (1) (2) (3) (4) 四个阶段走过的路程分别为 $2a$ ， a ， a ， $2a$ ，所以四段的路程比 2:1:1:2，时间比也为 2:1:1:2，所以甲在这四段的路程比也是 2:1:1:2，即 $AD:DC:CE:EB = 2:1:1:2$ 。易知 $AD = 60 \times 9 = 540$ 米，所以 $AB = 540 + 2 \times (2 + 1 + 1 + 2) = 1620$ 米。

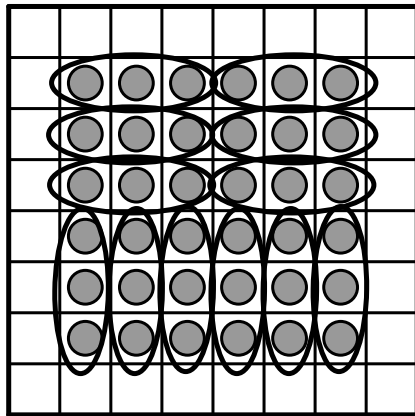
14. 【答案】 2

【解析】 如图所示，一组 “三连棋子（中间一排）” 可以通过一个 “催化棋子（右下角的一个）”

全部消掉，最后只剩下这个催化棋子：



这些 6×6 的棋子分成如下 11 组 “三连棋子”，这 11 组都可以消掉（只需按照下图由上到下由左到右的顺序，这样每组都有 “催化棋子”）。剩下 3 个棋子无法全部消掉，至多消掉 1 个，所以最后至少剩下 2 个棋子。



2018 迎春杯高年级决赛 参考答案

一、填空题 I (每小题 8 分, 共 32 分)

1. 【答案】 362

【解析】 原式 $= (20 + 18) \times \frac{10^2 + 9^2}{10^2 - 9^2} = 2 \times \frac{10^2 + 9^2}{10 - 9} = 2 \times 181 = 362$.

2. 【答案】 20

【解析】 男生人数比女生人数多 50% 和女生人数比男生人数少 $\frac{1}{3}$, 实际上都是男女生比例为 3 : 2. 所以女生人数需要减少 $30 \times \frac{2}{3} = 20$ 人.

3. 【答案】 60

【解析】 根据方圆关系, 知道两个图中阴影部分与整个图形的面积比都是 $\pi : 4$. 所以两个阴影部分的面积相等.

4. 【答案】 10

【解析】 (1) 原来两个岛上共有 200 只狐狸, 600 条尾巴, 尾巴数是狐狸数的 3 倍. 每个月一共出生 8 只狐狸, 24 条尾巴, 尾巴数是狐狸数的 3 倍. 所以, 当两个岛上两种狐狸数量的比例相同时, 狐狸的尾巴数与狐狸数的比都是 3 : 1.

(2) 根据浓度知识得, 蓬莱岛上原来的狐狸数 : 新生的狐狸数 $= \left(\frac{11}{3} - 3\right) : \left(3 - \frac{25}{9}\right) = 3 : 1$. 蓬莱岛上原来有狐狸 90 只, 新生狐狸 30 只, 需要 10 个月.

二、填空题 II (每小题 10 分, 共 40 分)

5. 【答案】 1877

【解析】 实际上是求不超过 30000 的自然数中存在连续 “26” 的数的个数;

(1) 如果 26 在万位、千位, 有 $10 \times 10 \times 10 = 1000$ (个);

(2) 如果 26 在千位、百位, 有 $3 \times 10 \times 10 = 300$ (个);

(3) 如果 26 在百位、十位, 且不属于情况 (1) 的有 $3 \times 10 \times 10 - 10 = 290$ (个);

(4) 如果 26 在十位、个位, 且不属于情况 (1)、(2) 有 $3 \times 10 \times 10 - 10 - 3 = 287$ (个).

综上, 共计 $1000 + 300 + 290 + 287 = 1877$ (个).

6. 【答案】 96327

【解析】 (1) $\overline{CD}$ 是 8 的倍数, 所以 D 是偶数;

(2) $D + E < 18$, $\overline{DE}$ 是 9 的倍数, 所以 $D + E = 9$, E 是奇数;

(3) 因为 E 是奇数, 所以 $\overline{ABCDE}$ 不可能是 6 或 8 的倍数, 只能是 7 和 9 的倍数;

(4) $\overline{ABCDE}$ 是 9 的倍数且 $\overline{AB}$ 是 6 的倍数, $\overline{DE}$ 是 9 的倍数, 所以 C 是 3 的倍数, 只能取 3、6、9.

(5) 下面按 $\overline{CD}$ 、 $\overline{DE}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AB}$ 依次是 8、9、7、6 的倍数逻辑顺序推导;

如果 $C = 6$, 那么 $D = 4$, $E = 5$, $B = 5$, 矛盾;

如果 $C = 9$, 那么 $D = 6$, $E = 3$, $B = 4$, $A = 5$, 然而 54963 不是 7 的倍数, 矛盾;

如果 $C = 3$, 可得 $\overline{ABCDE} = 96327$ 符合题意.

7. 【答案】 180

【解析】注意到若干个分数加减时，在个分母部分只出现一次的质因数在答案的分母部分一定不会清除，未出现过的质因数一定不会出现。

(1) 由 $\frac{A}{B \times C} + \frac{D}{E \times F} + \frac{G}{H \times I} = \frac{8}{5}$ 知 7 一定不在分母位置，5 一定在分母位置；

(2) 考虑分母中质因数 2 的次数，知 4 一定和 2 或 6 在同一个分数的分母处，8 和另一个奇数在同一个分数的分母处；

(3) 如果形如 $\frac{A}{2 \times 4} + \frac{D}{6 \times F} + \frac{G}{8 \times I} = \frac{8}{5}$ ，考虑 5 的位置：

如果 $F = 5$ ，则 $\frac{A}{2 \times 4} + \frac{G}{8 \times I} = \frac{48 - D}{30}$ ，右边的质因数 5 需要消掉，所以 $D = 3$ ， $\frac{A}{2 \times 4} + \frac{G}{8 \times I} = \frac{3}{2}$ ，用 1、7、9 无法填出合适的算式；

如果 $I = 5$ ，则 $\frac{A}{2 \times 4} + \frac{D}{6 \times F} = \frac{64 - G}{40}$ ，右边的质因数 5 需要消掉，所以 $G = 9$ ，当 $I = 5$ 时， $G = 9$ ，剩下的数是 1、3、7，可以满足， $A = 7$ ， $D = 3$ ， $F = 1$ ；

(4) 如果形如 $\frac{A}{2 \times C} + \frac{D}{4 \times 6} + \frac{G}{8 \times I} = \frac{8}{5}$ ，考虑 5 的位置：

如果 $C = 5$ ，则 $\frac{D}{4 \times 6} + \frac{G}{8 \times I} = \frac{16 - A}{10}$ ，右边的质因数 5 需要消掉，所以 $A = 1$ ， $\frac{D}{4 \times 6} + \frac{G}{8 \times I} = \frac{3}{2}$ ，用 3、7、9 无法填出合适的算式；

如果 $I = 5$ ，则 $\frac{A}{2 \times C} + \frac{D}{4 \times 6} = \frac{64 - G}{40}$ ，右边的质因数 5 需要消除，所以 $G = 9$ ， $\frac{A}{2 \times C} + \frac{D}{4 \times 6} = \frac{11}{8}$ ，用 1、3、7 去填，无解。只有 $\frac{7}{2 \times 4} + \frac{3}{1 \times 6} = \frac{11}{8}$ 满足要求。

综上所述，原算式为 $\frac{7}{2 \times 4} + \frac{3}{1 \times 6} + \frac{9}{5 \times 8} = \frac{8}{5}$ 。所求式为 $7 \times (2 + 4) + 3 \times (1 + 6) + 9 \times (5 + 8) = 180$ 。

8. 【答案】 975

【解析】首先，甲拿到的数是 840；

由乙说的话知道，丙、丁手上的数之和必为奇数，否则可能是两个偶数；

丙、丁手上的数之和必小于 205，否则可能是 105 及一个偶数；

丙、丁手上的数之和不等于 201，否则乙已经知道具体的数了。

因此乙手上的数是 975，也是四人拿到的数中最大的。

三、填空题 III (每小题 12 分，共 48 分)

9. 【答案】 72

【解析】设 $A = 151514141313 \cdots 0707$ ，

(1) 由四位数截断法知 A 是 9999 的倍数，不妨设 $A = 9999B$ ，则 B 是个 32 位数；

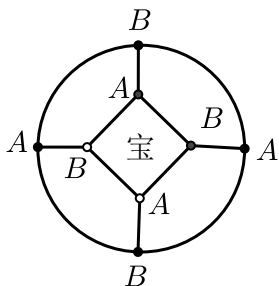
$$\begin{aligned} & \left(\begin{array}{c} 2 \\ \end{array} \right) \quad \quad \quad \text{原} \quad \quad \quad \text{式} \\ & = \underbrace{20182018 \cdots 2018}_{18 \text{ 个 } 2018} \times 9999 \times B = \underbrace{99999999 \cdots 9999}_{18 \text{ 个 } 9999} \times 2018 \times B = \underbrace{99 \cdots 9}_{72 \text{ 个 } 9} \times 2018 \times B \end{aligned}$$

因为 $2018 \times B$ 是一个不超过 72 位的数，无论它是多少， $\underbrace{99 \cdots 9}_{72 \text{ 个 } 9} \times 2018 \times B$ 的计算结果

中都是 72 个奇数数字。

10. 【答案】 121

【解析】 (1) 将图中的点标上 A 和 B . 我们发现, 与标有 A 的点相邻的点上标的都是 B ; 与标有 B 的点相邻的点上标的都是 A , 标有 A 的点如何涂与标有 B 的点如何涂是互相独立的.



(2) 标有 A 的点有 3 类涂法: ①全部涂成红色, 1 种涂法; ②3 个点涂成红色, 4 种涂法; ③2 个点涂成红色, 6 种涂法, 小计 $1 + 4 + 6 = 11$ 种涂法.

(3) 由 (1) (2) 知, 符合题意的涂法总共有 $11 \times 11 = 121$ 种涂法.

11. 【答案】 2220

【解析】 由于上、下坡的速度比为 $2:3$, 所以 $AC - DB = 100 \times \frac{3}{3-2} = 300$ (米), 所以甲到 C 点时, 乙已经走了 $300 \div 60 = 5$ (分), 因此平路速度为 $240 \div 5 = 48$ (米 / 分). 注意到甲三段用的时间一样长, 所以三段路程比为 $15:12:10$. 因此两地相距 $300 \times \frac{15+12+10}{15-10} = 2220$ (米).

12. 【答案】 1 或 2或3或4或5或6或7或8或9或10或11; 1或2或3或4或5或6或7或8或9; 13或14

【解析】 略

四、解答题 (每小题 15 分, 共 30 分)

13. 【答案】 81

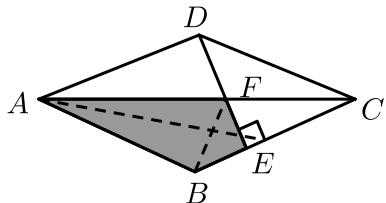
【解析】 如图, 根据对称性, BG 和 DE 关于 AC 对称, $\triangle DGF$ 和 $\triangle BEF$ 关于 AC 对称.

因为 $\triangle DGF$ 是等腰直角三角形, 所以 $\triangle BEF$ 也是等腰直角三角形, 从而 $BE = EF$.

(1) 因为 AD 和 EC 平行, 所以 $S_{\triangle AEF} = S_{\triangle DFC}$.

(2) 比较 $\triangle ABE$ 与 $\triangle EFC$, 分别以 BE 和 EF 为底, 那么它们的底相等, 高也相等, 所以 $S_{\triangle ABE} = S_{\triangle EFC}$.

由 (1) (2), $S_{ABEF} = S_{\triangle DEC} = DC^2 \div 4 = 18 \times 18 \div 4 = 81$.



14.【答案】小明

【解析】实际只需要考虑每次取时桌面上糖果颗数，自己及对手手中的糖果颗数奇偶性即可，经逆推可推出下表.

桌面上糖果数量	手中糖果奇偶性	对手糖果奇偶性	胜负
1	奇	奇	必胜
1	偶	偶	负
2			必胜
3			必胜
4	奇	偶	必胜
4	偶	奇	负
5	奇	奇	负
5	偶	偶	必胜
6			必胜
7			必胜
8	奇	偶	负
8	偶	奇	必胜
9	奇	奇	必胜
9	偶	偶	负
10			必胜
11			必胜
12	奇	偶	必胜
12	偶	奇	负
13	奇	奇	负
13	偶	偶	必胜

必胜策略只需每步使对手处于“负”状态即可.

2019 迎春杯高年级决赛 参考答案

一、填空题 I (每小题 8 分, 共 32 分)

1. 【答案】 23

【解析】

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \left(20 + \frac{1}{19 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4}}} \right) \times \left(1 + \frac{1}{6 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4}}} \right) \\ &= \left(20 + \frac{2}{39} \right) \times \left(1 + \frac{5}{34} \right) \\ &= \frac{782}{39} \times \frac{39}{34} \\ &= 23. \end{aligned}$$

2. 【答案】 18

【解析】 $(100 + 11) \div (6 + 6 + 25) \times 6 = 18$ (颗) .

3. 【答案】 1884

【解析】 八边形内角和为 $180^\circ \times (8 - 2) = 1080^\circ$, 所以阴影部分周长即 3 个圆的周长:
 $2 \times \pi \times 100 \times 3 = 1884$.

4. 【答案】 14

【解析】 $2592 = 2^5 \times 3^4$, 所以除了小明以外还有 $5 + 4 \times 2 = 13$ (人) , 共 14 人.

二、填空题 II (每小题 10 分, 共 40 分)

5. 【答案】 5

【解析】 注意到所有人平均借了 $182 \div 52 = 3.5$ (本) 书, 所以仅是数学兴趣小组的同学平均每人借了 3.5 本书.

那么数学兴趣小组中, 参加了编程兴趣小组和未参加编程兴趣小组的人数比为 $(4 - 3.5) : (6.2 - 4) = 5 : 22$.

注意到 $(5 + 22) \times 2 > 52$, 所以数学兴趣小组恰有 $5 + 22 = 27$ (人) , 其中既参加了数学兴趣小组又参加了编程兴趣小组的同学有 5 人.

故答案为: 5.

6. 【答案】 6

【解析】 由 9 号的话知道, 8、9 号的种族相同;

由 8 号的话知道, 8、9 必为地精, 7 号为矮人;

顺次推理下去, 得到 1、4、7 号为矮人, 2、3、5、6、8、9 号为地精. 所以其中地精有 6 名.

7. 【答案】 40320

【解析】 不考虑中心的 3 条线, 其余 6 条线两两颜色不同,

共有 $7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 5040$ (种) ,

中心的 3 条线, 每条线只能选择与它无公共点的 2 条线的颜色,

所以该标志最终共有 $5040 \times 2 \times 2 \times 2 = 40320$ (种) 不同的闪烁方案.

8. 【答案】 10

【解析】 “黄梅数” 至少是两位数, 对于两位数 $\overline{ab}$, 需要满足 $a|\overline{ab}$ 和 $b|\overline{ab}$, 由 $a|\overline{ab}$ 得: $a|b$, 设 $b = ka$, 由 $b|\overline{ab}$ 得: $b|\overline{a0}$, 即 $ka|10a$, $k|10$,
所以 $k = 2$ 或 5 , 满足条件的两位数有: 12, 24, 36, 48, 15.
对于三位数 $\overline{abc}$, 由 $\overline{ab}|\overline{abc}$ 可得 $\overline{ab}|c$, 只能 $c = 0$, 再由 $\overline{a0}|\overline{ab0}$ 、 $\overline{b0}|\overline{ab0}$ 可得: $a|\overline{ab}$ 、 $b|\overline{ab}$ 同理满足条件的三位数有 120, 240, 360, 480, 150.
对于四位数 $\overline{abcd}$ 由 $\overline{abc}|\overline{abcd}$ 可得: $\overline{abc}$ 只能 $d = 0$, 再 $\overline{ab0}|\overline{abc0}$ 可得 $\overline{ab}|c$ 只能 $c = 0$, 与 “A 的各位数字互不相同” 不符,
所以四位数及以上不可能有 “黄梅数”, “黄梅数共有 10 个.”

三、填空题 III (每小题 12 分, 共 48 分)

9. 【答案】 25

【解析】 注意到三个数字成等比数列的有 (1, 2, 4)、(1, 3, 9)、(2, 4, 8)、(4, 6, 9) 四种.

$\overline{AB} \times C \times D \times E$ 和 $F \times G \times H \times I$ 的结果一奇一偶, 所以其中必有一组是 4 个奇数相乘.

(1) 若 C, D, E 代表的数字为 1、2、4, 则 F, G, H, I 只能是 3、5、7、9,
(2019 - 3 × 5 × 7 × 9) ÷ (1 × 2 × 4) 不是整数, 不合题意;

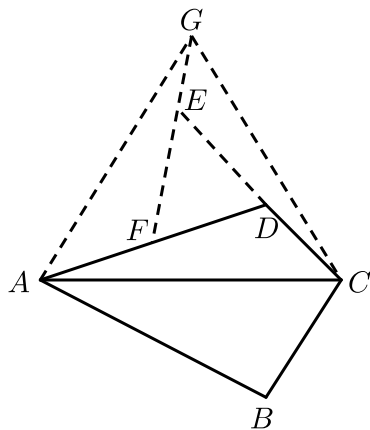
(2) 若 C, D, E 代表的数字为 4、6、9, 则 F, G, H, I 只能是 1、3、5、7,
(2019 - 1 × 3 × 5 × 7) ÷ (4 × 6 × 9) 不是整数, 不合题意;

(3) 若 C, D, E 代表的数字为 2、4、8, 则 F, G, H, I 必为奇数, 考虑两侧除以 8 的余数知 F, G, H, I 只能是 1、5、7、9, (2019 - 1 × 5 × 7 × 9) ÷ (2 × 4 × 8) 不是整数, 不合题意;

(4) 若 C, D, E 代表的数字为 1、3、9, 注意到 2019 是 3 的倍数, 所以 F, G, H, I 中必有 6 且至多有 1 个奇数. 所以 G, H, I 可能是 (2, 4, 6)、(2, 5, 8)、(4, 5, 6)、(4, 6, 8)、(6, 7, 8).

10. 【答案】 15

【解析】 如图,



构造两个等边三角形 ACG 和 DEF , 等边三角形 DEF 边长是 ACG 边长的一半, 所以面积是 ACG 面积的 $\frac{1}{4}$,

$$\text{所以 } S_{\triangle CDA} = \frac{1}{3}(S_{\triangle ACG} - S_{\triangle DEF}) = \frac{1}{4}S_{\triangle ACG} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = 15.$$

11. 【答案】 414

【解析】三位数共连续 900 个，它们除以 4、9、25 所得余数组互不相同，
因为 $17 > 3 + 8$ ，所以对于除以 4 和除以 9 的任意一种余数情况，都有唯一的除以 25 的余数使得 3 个余数之和为 17，
因此，所有 3 个余数和为 17 的三位数有 $4 \times 9 = 36$ (个)，
这些三位数除以 4 的余数和为 $(0 + 1 + 2 + 3) \times 9 = 54$ ，
除以 9 的余数和为 $(0 + 1 + 2 + \cdots + 8) \times 4 = 144$ ，
除以 25 的余数和为 $17 \times 36 - 54 - 144 = 414$ ，
所有满足要求的三位数的和除以 4 余 2，除以 9 余 0，除以 25 余 14，即除以 900 余 414.

12. 【答案】 1 或 2或3或4或5或6或7或8或9或10或11；1或2或3或4或5或6或7或8或9；13或14\$

【解析】略

四、解答题（每小题 15 分，共 30 分）

13. 【答案】 18 千米 / 时.

【解析】注意到两种假设情况的相遇时间相同，所以甲、乙速度比为 $15 : 25 = 3 : 5$.

AC 相距 $200 \times \frac{3}{3+5} = 75$ (千米) .

若甲提高速度，甲、乙速度比变为 $(75 + 25) : (200 - 75 - 25) = 1 : 1$ ，

所以甲的实际速度为 $12 \times \frac{3}{5-3} = 18$ (千米 / 时) .

14. 【答案】 1346.

【解析】实际每人每次兑换出 1 张 100 元钞票或者兑换出 2 或 5 张钞票换入一张 100 元钞票. 所以如果某人当天持有的 100 元钞票总数未发生变化，则他兑换出的钞票数必定是 3 的倍数.

所以每位岛民持有的 100 元钞票数都会发生变化，且减少的张数一定除以 3 余 1，而增加的张数一定除以 3 余 2.

因此，持有 100 元钞票减少的人数不少 100 元钞票总数，持有 100 元钞票增加的人数不少于 100 元钞票总数的 $\frac{1}{2}$.

100 元钞票总数不少于 $2019 \div \left(1 + \frac{1}{2}\right) = 1346$ (张) .

构造如下：

将 2019 人分为 673 组，每组 3 人.

一组中不妨设 3 人分别为 A、B、C，其中 A、B 原持有 1 张 100 元钞票，C 原持有 0 张 100 元钞票. A、B 之间用 1 张 100 元和 2 张 50 元互换 6 轮，此时每人兑换出了 9 张钞票，再各用 1 张 100 元钞票与 C 换 5 张 20 元即可满足要求.

所以 100 元钞票最少有 1346 张

2020 迎春杯高年级决赛 参考答案

一、填空题 I (每小题 8 分, 共 32 分)

1. 【答案】 1228

【解析】 $2^2 + 2 \times 34 + 34^2 = 1228$.

2. 【答案】 1200

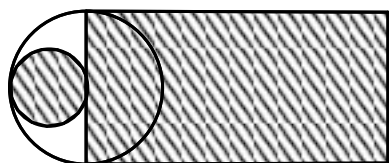
【解析】 设第三天甲、乙共完成 4 份, 则

第三天	第二天	第一天	合计
甲 3 乙 1	乙 2	甲 2	8

玩具共有 $300 \div (3 + 2 - 1 - 2) \times 8 = 1200$.

3. 【答案】 2826

【解析】 如图, 通过割补, 阴影面积为长方形面积与小圆面积之和.



具体为 $40 \times 2\pi \times 20 \div 2 + \pi \times 10^2 = 900 \times 3.14 = 2826$.

4. 【答案】 75

【解析】 算式相邻两个算式中, 如果后一个算式分母一个质数, 则两者计算结果相同.

理由如下: 设 p 为质数,

$$\text{则 } \frac{[1, 2, 3, \dots, p]}{p!} = \frac{[1, 2, 3, \dots, p-1] \times p}{(p-1)! \times p} = \frac{[1, 2, 3, \dots, p-1]}{(p-1)!}.$$

100 以内的质数只有 25 个,

故 $99 - (25 - 1) = 75$.

二、填空题 II (每小题 10 分, 共 40 分)

5. 【答案】 30

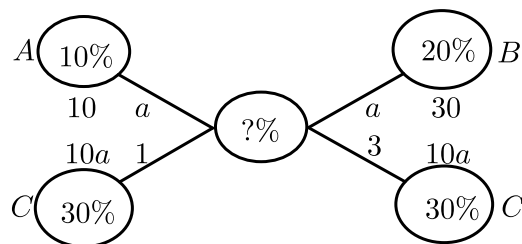
【解析】 根据十字交叉法, 可列算式

$$\frac{30-10}{1+a} \times 1 = \frac{30-20}{3+a} \times 3,$$

$$\frac{2}{1+a} = \frac{3}{3+a},$$

$a = 3$,

所以 C 种盐水 $3 \times 10 = 30$ 升.



6. 【答案】 23

【解析】列表分析如下，1、3、5 中至少一个老实人，2、4、6 中至少一个老实人．说 1 个老实人的为老实人，他们是 2 和 3 号．

	1	2	3	4	5	6		
1		○		○		○	0 真	三者矛盾，1、3、4 至少 1 真
3		○		○		○	1 真	
5		○		○		○	2 真	
2	○		○		○		1 真	三者矛盾，2、4、6 至少 1 真
4	○		○		○		2 真	
6	○		○		○		3 真	

7. 【答案】 8

【解析】数字 1 ~ 9 各使用一次，

$2020 = 2^2 \times 5 \times 101$ ，那么 $\overline{AB} + \overline{CD}$ 最多为 100 多，只能为 101，

又知两位数的平方数 $\overline{CD}$ 有 16、25、36、49、64、81，对应 $\overline{AB} = 85$ 、76、65 (舍) 52、37、20 (舍)，

$H + I$ 不足 20，且只能含有因数 2 和 5，或者为 4、9、16，

当 $\overline{AB} + \overline{CD} = 16 + 85$ ， $\overline{EF} = 49$ ，与必含 2 或 5 不符；

当 $\overline{AB} + \overline{CD} = 76 + 25$ ， $\overline{EF} = 49$ 或 81，与必含 2 或 5 不符；

当 $\overline{AB} + \overline{CD} = 52 + 49$ ， $\overline{EF} = 16$ 或 36，验证不符；

当 $\overline{AB} + \overline{CD} = 37 + 64$ ， $\overline{EF} = 25$ 或 81，验证得到 $(37 + 64) \times 25 \times 8 + (1 + 9) = 2020$ ；

所以， $G = 8$ ．

8. 【答案】 29

【解析】两位数最大为 99， $99^2 = 9801$ ，数字和小于 $9 \times 4 = 36$ ， b 小于 36．

$36^2 = 1296$ ，数字和小于 $1 + 9 + 9 + 9 = 28$ ， a 小于 28．

$28^2 = 784$ ，数字和小于 $6 + 9 + 9 = 24$ ， b 小于 24．

$24^2 = 576$ ，数字和小于 $4 + 9 + 9 = 22$ ， a 小于 22．

验证 $13^2 = 169$ ，数字和为 $1 + 6 + 9 = 16$ ， $16^2 = 256$ ，数字和为 13．

所以， $13 + 16 = 29$ ．

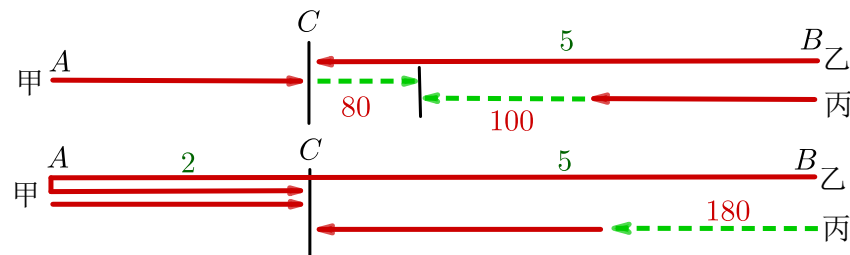
三、填空题 III (每小题 12 分，共 48 分)

9. 【答案】 504

【解析】1) 设乙原速为 5，则乙提速后为 9，甲速为 2．

2) 丙速为 $(180 - 80) \div (80 \div 2) = 2.5$ ．

3) A、B 两地之间的距离为 $180 \div (5 - 2.5) \times (2 + 5) = 504$ 米．



10. 【答案】 8586

【解析】 (1) 如果这个奇数只有一个质因数 p , 设这个数为 p^a .

则 $p^a = 1 \times p \times p^2 \times p^3 \times (a+1)$, $p^{a-6} = a+1$, $a=8$, $p=3$, 这个数为 $3^8 = 6561$.

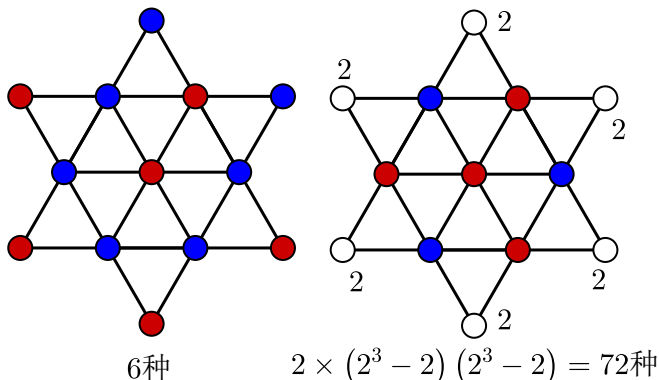
(2) 如果这个奇数有两个质因数 $p < q$, 设这个数为 p^a .

则 $p^{2m} \times q^{2n} = 1 \times p \times q \times p^2 \times (2m+1)(2n+1)$, $p^{2m-3} \times q^{2n-1} = (2m+1)(2n+1)$, $p=3$, $q=5$, $m=4$, $n=2$, 这个数为 $3^4 \times 5^2 = 2025$.

所以 $6561 + 2025 = 8586$.

11. 【答案】 156

【解析】 以中间圆点为红色为例, 那么周围六个圆点中只能为 1 或 3 个红点, 分类如下:



所以, 一共有 $(6 + 72) \times 2 = 156$ 种.

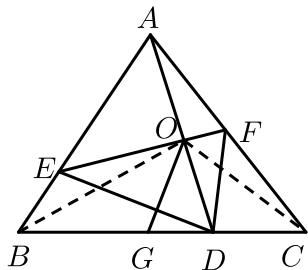
12. 【答案】 1 或 2或3或4或5或6或7或8或9或10或11; 1或2或3或4或5或6或7或8或9; 13或14

【解析】 略

四、解答题 (每小题 15 分, 共 30 分)

13. 【答案】 240

【解析】 如图, 连接 OB 、 OC ,



则 $S_{\triangle OBC} = 6S_{\triangle OGD} = 2S_{\triangle DEF}$,

又 $AO : OD = S_{\triangle AEF} : S_{\triangle DEF} = S_{\triangle ABOC} : S_{\triangle OBC}$,

所以 $S_{\triangle ABOC} = 2S_{\triangle AEF}$,

所以 $S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle AEDF}$,

所以 $S_{\triangle ABC} = (60 + 60) \times 2 = 240$.

14. 【答案】 85

【解析】 可以正面看作 1, 背面看作 0,

那么开始状态为二进制六位数 1010101. 每次操作最少减少 1,

而 $1010101_{(2)} = 64 + 16 + 4 + 1 = 85$, 至少操作 85 次变为 0.